

L'ELETTROTECNICA

GIORNALE ED ATTI DELL'ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA

SOTTO GLI AUSPICI DEL CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE



Direttore: RENATO SAN NICOLÒ

Redattori: F. BAROZZI - R. SARTORI - G. SILVA

Consiglieri di Redazione:

A. ASTA - S. BASILE - E. BOTTANI - F. CARATI - A. CARRER - C. CASTELLANI - F. CORREGGIARI - C. COSTADONI
V. DE MARTINI - N. FALETTI - L. MAGGI - M. MAINARDIS - G. MAIONE - L. MARENESI - F. NERI - M. PARIS
G. QUILICO - R. RIGHI - F. SCILLIERI - M. SILVESTRI - F. TEDESCHI - D. TOLOMEIO - S. B. TONIOLO - A. VALLINI

Proprietaria ed Editrice: ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA (AEI).

Comitato per le pubblicazioni AEI: IL PRESIDENTE GENERALE: A. M. Angelini - GLI EX PRESIDENTI GENERALI: G. Bauchiero
G. Cenzato, M. Semenza, G. Somenza - I DIRETTORI ED EX DIRETTORI DELLE RIVISTE: E. Gatti, P. Lombardi,
R. San Nicolò - IL DIRETTORE EDITORIALE: C. Redaelli.

Direzione, Redazione, Amministrazione: UFFICIO CENTRALE AEI-CEI - VIA SAN PAOLO 10, MILANO - Conto Corrente Postale
3/1189 - Telegrammi: ASSELITA - MILANO - Telefoni: 794794-798897.

SOMMARIO

PARTE PRIMA	Pag.	Rubriche varie:	Pag.
Note di Redazione	414	Notizie e Informazioni	472
Articoli:		Libri e Pubblicazioni	477
Studio del moto di una particella carica nel roto- trone tenuto anche conto del campo elettrico associato al campo magnetico (M. PUGLISI - G. SACERDOTI)	415	Dalle Riviste	479
Sull'effetto Kelvin in regime transitorio (L. SANI)	422	Notizie Sociali:	
Le reattanze dispersive del trasformatore a tre avvolgimenti (U. RÖSCH)	444	Associazione Elettrotecnica Italiana:	
Particolarità di funzionamento di trasformatori trifasi con collegamento a zig-zag (U. RÖSCH)	452	Notizie delle Sezioni: Sezione di Torino, Se- zione di Trieste	482
Una perturbazione nelle turbine Kaplan con ad- duttore spiraliforme e suoi possibili effetti dan- nosi (A. ANASTASI)	458	Comitato Elettrotecnico Italiano	486
Correlation function of non-independent over- lapping pulse trains (G. BIORCI - P. MAZZETTI)	469	Istituto Italiano del Marchio di Qualità	486
		Necrologio: dott. ing. Guido Bezzi	488
		PARTE SECONDA	
		SUNTI E SOMMARI	97 D

Abbonamento per il 1961: in Italia L. 6500, all'Estero L. 8500
Fascicoli separati: cad. in Italia L. 650, all'Estero L. 800.

I Soci dell'AEI hanno diritto di ricevere in abbonamento gratuito la rivista «L'Elettrotecnica» o, in sua vece «Alta Frequenza»; possono ricevere
entrambe le riviste con un versamento suppletivo di L. 3.000.
I Soci hanno diritto, oltre a quanto precede, allo sconto del 20% su tutte le pubblicazioni editte dall'AEI ivi compresi eventuali abbonamenti supplementari.
E' vietato riprodurre articoli della presente rivista senza citarne la fonte. - Gli scritti dei singoli Autori non impegnano la Redazione e sia quelli
degli Autori sia quelli della Redazione non impegnano l'AEI. - I manoscritti non si restituiscono. - Pubblicazione mensile. - Spedizione in abbona-
mento postale gruppo III°.

Una innovazione

I lettori noteranno con qualche sorpresa che in questo numero del giornale appare un articolo, composto da Autori italiani, scritto in lingua inglese.

È questa una innovazione che è stata adottata in conformità a quanto viene ormai fatto da varie altre autorevoli riviste italiane, allo scopo di far conoscere più facilmente nell'ambiente tecnico e scientifico internazionale quella produzione italiana che, o per originalità di risultati sperimentali o teorici, o per possibilità di pratiche applicazioni, sia meritevole di particolare considerazione.

La adozione della lingua inglese sarà ristretta a un numero molto limitato di lavori che verranno pubblicati. La maggior parte dei nostri lettori ai quali questi lavori specializzati possono particolarmente interessare, conoscono la lingua inglese. Comunque degli articoli che appariranno in tale lingua, pubblicheremo anche un riassunto in italiano.

Confinamento del plasma

La più grandiosa promessa nel campo della ricerca delle nuove sorgenti di energia è costituita, come è noto, dalle reazioni di fusione di nuclei leggeri; disgraziatamente essa è anche quella che impone ai tecnici le più gravi difficoltà e i maggiori problemi.

Essenziale al riguardo è la possibilità di contenere il plasma ad altissima temperatura e l'unica soluzione che si prospetta è quella del contenimento mediante campi magnetici. Le ricerche sperimentali o teoriche in merito sono ormai assai numerose e hanno dato luogo ad una letteratura tecnica molto abbondante.

Malgrado ciò il problema è lungi dall'essere risolto per le difficoltà pratiche e teoriche a cui dà luogo. Già il semplice studio teorico del movimento di una particella del plasma in un contenitore magnetico si presenta estremamente complesso e arduo.

Nell'articolo che pubblichiamo M. PUGLISI e G. SACERDOTI studiano il moto di una particella nel plasma confinato nel particolare dispositivo noto col nome di rototrone, dimostrando la possibilità di ottenere una azione di contenimento.

Effetto Kelvin

Per quanto il così detto effetto Kelvin sia ben noto da molto tempo, esso non è ancora stato studiato a fondo nelle sue manifestazioni in relazione alle svariatissime condizioni in cui può manifestarsi.

In particolare, lo studio del fenomeno quale si presenta nei conduttori in regime transitorio e cioè all'atto della applicazione di una differenza di potenziale, presenta notevoli difficoltà matematiche ed è stato perciò fino ad ora prevalentemente limitato ai casi più semplici relativi ai conduttori di forma cilindrica circolare.

Il problema è stato affrontato da L. SANI con un procedimento matematico diverso da quello generalmente finora usato, basandosi sull'impiego delle trasformate finite di Hankel e sulle trasformate finite di Fourier.

Il procedimento permette di arrivare a risultati che si prestano alle applicazioni pratiche, e di considerare il caso più generale di conduttori a sezione non circolare e in presenza di altri conduttori o di materiali magnetici.

Questioni relative a trasformatori

I trasformatori trifasi a zig-zag presentano caratteristiche particolari per quanto concerne i flussi dispersi che determinano la corrente di corto circuito e si differenziano a tale riguardo dagli altri tipi di collegamento.

La questione viene esaminata da U. RÖSCH e l'analisi svolta conduce a riconoscere l'opportunità di inserire, nelle prove di collaudo, una misura di corto circuito unipolare quando si tratti di trasformatori collegati a zig-zag.

Un'altra questione che viene oggi discussa sul giornale dallo stesso Autore è quella delle reattanze dispersive nel trasformatore a tre avvolgimenti. Non si può dire che a questo proposito le idee siano perfettamente chiare e che vi sia unanimità di pareri.

Riprendendo l'argomento, U. RÖSCH tenta di portare un chiarimento sul significato fisico di queste grandezze e di trarne avvertenze utili al loro impiego nella tecnica.

A proposito di turbine Kaplan

Alcuni incidenti di esercizio in un impianto idroelettrico nel quale sono installate due turbine Kaplan, ha dato lo spunto ad una ricerca di carattere teorico-pratico sulla quale informa oggi i lettori A. ANASTASI.

Si tratta di un fenomeno che può verificarsi, nel caso di chiusura rapida, nell'installazione di una Kaplan con adduttore spiraliforme e che può portare gravi conseguenze specialmente per le macchine a bassa caduta.

L'analisi degli sforzi che si generano nel condotto spirale quando si operi una chiusura rapida conduce a riconoscere la presenza di sollecitazioni disimmetriche che si esercitano sull'albero e possono generare una flessione per cui una pala può andare a impuntarsi sul mantello con conseguente rottura della pala stessa.

La ricerca conduce ad alcune conclusioni di ordine applicativo circa accorgimenti da adottare per prevenire il verificarsi di inconvenienti di tal genere quando si riconosca che sussistono condizioni di impianto che ne rendano possibile la manifestazione.

Treni di impulsi

In particolari casi della tecnica si devono prendere in considerazione treni costituiti da impulsi i quali non sono indipendenti fra loro ma tali che un impulso condiziona in qualche modo i successivi. In tali casi non è più possibile ammettere che la distribuzione probabilistica degli intervalli di tempo fra i successivi impulsi sia quella di Poisson.

G. BIORCI e P. MAZZETTI hanno studiato questo problema ed hanno elaborato il calcolo della funzione di correlazione di una serie di impulsi di egual forma succedentisi con probabilità non del tipo di Poisson. Nell'articolo che pubblichiamo (in lingua inglese, come sopra avvertito) si giunge al risultato esatto con un ragionamento prevalentemente intuitivo: è stata però elaborata anche la trattazione matematica rigorosa, alquanto complessa, la quale verrà pubblicata in altra sede.

Comitato Elettrotecnico Italiano

È stato messo in circolazione per l'inchiesta pubblica il Progetto di norme per i cavi per radiofrequenze.

Di esso pubblichiamo più avanti la Nota illustrativa.

STUDIO DEL MOTO DI UNA PARTICELLA CARICA NEL ROTOTRONE TENUTO ANCHE CONTO DEL CAMPO ELETTRICO ASSOCIATO AL CAMPO MAGNETICO

MARIO PUGLISI - GIANCARLO SACERDOTI (*)

Nel presente articolo sono ricavate le formule risolutive del moto di una particella carica nel campo del rototrone (1).

La presenza del campo elettrico del quale si è tenuto esplicito conto modifica sostanzialmente i risultati già ottenuti tenendo conto del solo campo magnetico.

Appare che qualora la frequenza di rotazione del campo magnetico sia pari alla frequenza di ciclotrone della particella divisa per la radice quadrata di due si ha il confinamento della particella stessa qualunque siano le sue condizioni iniziali.

A prescindere da difficoltà tecniche si può quindi realizzare un dispositivo capace di confinare un plasma non relativistico e così rarefatto da poter trascurare la perturbazione introdotta dalle particelle nel campo guida.

I. - GENERALITÀ.

Come è ormai noto la fusione di nuclei leggeri e in particolare di nuclei di idrogeno avviene con liberazione di energia.

Basandosi su questo fatto sono state costruite le « bombe all'idrogeno » nelle quali una certa massa di idrogeno viene fatta reagire per ottenere la fusione sprigionando quasi istantaneamente enormi masse di calore.

Lo sfruttamento ai fini industriali di questa fonte di energia è subordinato alla possibilità di poter controllare e regolare la quantità di materiale che reagisce per poter utilizzare nel modo voluto l'energia che si libera.

A questo scopo da molti anni si è iniziato uno studio per risolvere il problema del controllo di questa reazione. Ciò è stato illustrato nell'articolo di Max Hoyaux e Paul Grans apparso in questa rivista nel marzo del 60.

In generale i metodi seguiti per questo scopo consistono nel cercare di contenere mediante campi elettromagnetici la massa ionizzata (plasma) e portarla a temperatura sufficientemente elevata affinché l'energia prodotta nella reazione sia superiore a quella che deve essere fornita per mantenere la massa in condizioni di reagire (parecchie decine di milioni di gradi Kelvin).

Lo studio di un contenitore elettromagnetico, si fa solitamente con la seguente procedura.

Fissato il campo (campo guida) si studia il moto, prima di una singola particella; ione o elettrone, e in un secondo tempo si introducono gli effetti delle azioni mutue tra le particelle che sono essenzialmente fenomeni d'urto nucleare (interazioni a brevissima distanza) ed elettromagnetiche. All'aumentare della densità del plasma questi fenomeni influenzano sempre più il comportamento del plasma nel contenitore in esame fino a mutare sostanzialmente le proprietà del contenitore come derivano dallo studio fatto per una sola particella. Attualmente dai risultati esposti nell'ormai ampia letteratura appare che il problema è ancora molto lontano dall'essere risolto e che, anche in vista delle difficoltà mate-

matiche che si presentano quando si tenga conto delle azioni mutue tra le particelle, sia necessario procedere molto per via sperimentale.

Nel presente articolo si affronta il problema del moto di una particella in un particolare dispositivo e viene dimostrato rigorosamente che si può aver azione di contenimento, ma vogliamo sottolineare che questo risultato non permette assolutamente di trarre conclusioni definitive, nè tanto meno rappresenta uno studio completo del contenitore.

I. - INTRODUZIONE.

Il rototrone come descritto nell'articolo citato è una macchina complessa concepita per confinare un gas ionizzato. L'elemento foccheggiante è costituito da un campo magnetico piano, uniforme e rotante con pulsazione ω costante.

Nei calcoli precedentemente svolti non si era tenuto conto del campo elettrico associato.

In questa sede il problema viene affrontato e trattato completamente con gli stessi metodi di calcolo e i risultati che si ottengono portano a conclusioni diverse da quelle già ottenute: mentre senza tener conto del campo elettrico appariva che lo spostamento medio delle parti-

celle avveniva secondo la formula $\frac{\omega^2}{\omega'^2} \cdot t \cdot v$, tenendo

conto del campo elettrico si ottiene che sotto particolari condizioni, si ha una completa azione di confinamento.

Il campo guida può essere realizzato o con bobine incrociate eccitate sinusoidalmente o con particolari tipi di cavità risonanti.

Va messo in evidenza che le frequenze in gioco sono comprese all'incirca tra 10^6 e 10^7 Hz.

Le particelle sotto l'azione del campo elettromagnetico descrivono traiettorie non semplicemente descrivibili, come è dimostrato dalla complessità delle relazioni analitiche che si ricavano.

In generale percorreranno traiettorie che tendono ad allontanarle indefinitamente dalle posizioni iniziali subendo un processo assimilabile ad una centrifugazione funzione del rapporto e/m e quindi, generalmente parlando, del tipo di particelle.

Nel caso sia soddisfatta la condizione $2 \cdot \omega^2 = \omega'^2$, ove ω' è la pulsazione di ciclotrone della particella, si dimostra che il dispositivo ha la proprietà di contenere per un tempo indefinito la particella in questione.

2. - DESCRIZIONE DEL CAMPO ELETTROMAGNETICO.

In fig. 1 è riportata la terna di assi di riferimento.

L'asse di rotazione del campo magnetico è l'asse X e il senso di rotazione è quello antiorario.

Il campo magnetico è dato dalle seguenti espressioni:

$$(I) \quad \begin{cases} B_x = 0 \\ B_y = B_0 \cos \omega t \\ B_z = B_0 \sin \omega t \end{cases}$$

(*) M. PUGLISI e G. SACERDOTI, Lab. di Frascati del CNRN.

(1) Vedi articolo di G. Sacerdoti pubblicato snll' «Elettrotecnica» nel settembre 1960.

Il campo elettrico associato è il seguente ⁽²⁾:

$$(2) \quad \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = -\omega B_0 x \cos \omega t \\ E_z = -\omega B_0 x \sin \omega t. \end{cases}$$

I calcoli che seguono partono dalle premesse ipotesi e vengono svolti per particelle non relativistiche.

3. - L'EQUAZIONE DEL MOTO E LA SUA SOLUZIONE.

L'equazione cui obbedisce la particella si può scrivere vettorialmente come segue:

$$(3) \quad \vec{m} \vec{a} = e \vec{V} \wedge \vec{B} + e \vec{E}.$$

L'equazione (3) dà luogo a 3 equazioni scalari: al tempo $t = 0$ queste scritte in forma incrementale valgono:

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = -\omega' V_z; & \frac{\Delta V_y}{\Delta t} = -\omega \omega'; & \frac{\Delta V_z}{\Delta t} = \omega' V_x \end{cases}$$

dove V_x ; V_y ; V_z sono le componenti della velocità lungo i 3 assi coordinati e ω' è come si è già detto eguale alla pulsazione di ciclotrone della particella

$$(5) \quad \omega' = \frac{e B}{m}.$$

Le equazioni (4) si possono porre [1, 2, 3] in forma matriciale nel modo seguente:

$$(6) \quad \begin{bmatrix} V_{x1} \\ V_{y1} \\ V_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\omega' \tau \\ 0 & 1 & 0 \\ \omega' \tau & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \\ V_{z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\omega \omega' \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

[V₁] [A] [V₀] [B] [X₀]

ove è stato posto:

$$\tau = \Delta t$$

[V₁] = matrice velocità riferita al sistema di laboratorio

[V₀] = matrice della velocità iniziale nello stesso sistema

[X₀] = matrice delle coordinate iniziali della particella nello stesso sistema.

Chiameremo adesso con [V₁'] la matrice velocità al tempo τ riferita al sistema solidale al campo magnetico. Al tempo τ questo sistema risulta ruotato di un angolo $\omega \tau$.

Si avrà quindi:

$$(7) \quad [V_1] = [R] [V_1'] = [W] [V_0] + [Q] [X_0]$$

dove:

$$[W] = [R] [A]; \quad [Q] = [R] [B]$$

e la matrice [R] è data da:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \omega \tau \\ 0 & -\omega \tau & 1 \end{bmatrix}$$

il che è lecito in quanto τ è infinitesimo.

Con lo stesso procedimento si può scrivere:

$$(8) \quad [X_1] = [R] [X] + [R] [\tau] [V_0]$$

ove τ è la matrice avente gli elementi diagonali uguali a τ e gli altri uguali a zero.

Dalla (7) e dalla (8) si può scrivere:

$$(9) \quad [q_1] = [M] [q_0]$$

⁽²⁾ La E si può considerare nulla almeno nella zona centrale del contenitore se la dimensione del contenitore nella direzione x è inferiore alle due altre dimensioni, che è la nostra ipotesi di lavoro.

ove $[q_1]$ è la matrice ad una colonna della velocità e delle coordinate della particella al tempo τ mentre $[q_0]$ è la matrice ad una colonna della velocità e delle coordinate al tempo $t = 0$. [M] è la matrice (riportata per esteso in appendice) che simbolicamente possiamo scrivere:

$$(10) \quad [M] = \begin{bmatrix} [W] & [Q] \\ [R] [\tau] & [R] \end{bmatrix}$$

Dalla (9) possiamo ottenere la formola generale:

$$(11) \quad [q_n] = [M]^n [q_0]$$

ove $[q_n]$ è la matrice della velocità e delle coordinate al tempo $t = n\tau$ ⁽³⁾.

Per risolvere la (11) si usa il metodo convenzionale di diagonalizzazione della matrice e la (11) si scrive:

$$(12) \quad [q_n] = [m] [\lambda]^n [m^{-1}] [q_0]$$

ove:

[m] è la matrice per cui $[m^{-1}] [M] [m]$ è matrice diagonale;

[m⁻¹] è la matrice inversa di m e $[\lambda]$ è la matrice che ha per elementi diagonali gli autovalori della matrice [M] e gli altri termini nulli.

In Appendice sono riportate le matrici [m] ed [m⁻¹]. Gli autovalori trovati sono i seguenti:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1 + i \omega \tau & \alpha_2 &= 1 - i \omega \tau & \alpha_3 &= 1 + i \omega \tau \\ \alpha_4 &= 1 - i \omega \tau & \alpha_5 &= 1 + i \omega' \tau & \alpha_6 &= 1 - i \omega' \tau. \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} V_{x1} \\ V_{y1} \\ V_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\omega' \tau \\ 0 & 1 & 0 \\ \omega' \tau & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \\ V_{z0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\omega \omega' \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

[V₁] [A] [V₀] [B] [X₀]

Il fatto che due coppie di autovalori siano coincidenti porta degenerazione nella soluzione del problema e obbliga ad usare per risolvere il problema un metodo perturbativo.

Tale metodo si riduce a porre ⁽⁴⁾:

$$\lambda_3 = 1 + i (\omega + a) \tau; \quad \lambda_4 = 1 - i (\omega + a) \tau;$$

trovare i coefficienti di [m⁻¹] e passare al limite per a che tende a zero nei coefficienti della matrice

$$(13) \quad [F] = [m] [\lambda]^n [m^{-1}]$$

che viene riportata in Appendice.

La matrice [F] rappresenta la soluzione del nostro problema; dall'esame di essa si ricavano tutte le proprietà del dispositivo.

Infatti le $[q_n]$ sono i componenti del vettore che rappresenta le coordinate generalizzate (velocità e posizione) nel sistema del laboratorio riferito ad un sistema rotante con il campo magnetico.

Per ottenere velocità e posizioni rispetto al sistema del laboratorio e riferite a questo istante per istante basta moltiplicare la matrice $[q_n]$ per una matrice di rotazione esprimibile in sintesi:

$$[C] = \begin{bmatrix} [L] & [O] \\ [O] & [L] \end{bmatrix}$$

ove le [L] sono le matrici di rotazione per un angolo $-\omega t$.

⁽³⁾ Come si ritrova nelle citazioni (2) (3) il procedimento è rigorosamente valido facendo τ a zero e $n\tau$ a t .

⁽⁴⁾ Questo è lecito perchè gli elementi della matrice m che risultano con questa sostituzione annullano tutte e 36 le equazioni che servono a determinarli a meno di infinitesimi in a di ordine superiore al 1°.

3. - ANALISI DELLE FORMOLE RISOLUTIVE E CONDIZIONI DI CATTURA.

Negli elementi della matrice $[F]$ vi sono coefficienti sinusoidali e coefficienti nei quali il tempo « t » compare anche come fattore moltiplicativo. Questo fatto è conseguenza diretta della degenerazione già vista: se il termine b_{21} , che compare nella matrice $[B]$ (vedi formola (6)) che rappresenta il contributo del campo elettrico al moto della particella, venisse leggermente modificato, non si avrebbe degenerazione e nella $[F]$ comparirebbero solo termini sinusoidali.

Gli elementi nei quali compaiono termini con « t » a fattore sono F_{52} ; F_{53} ; F_{63} ; F_{54} ; F_{64} ; F_{62} e questi sono tutti del tipo

$$(14) \quad t \times \frac{1}{2} \times \frac{\omega'^2 - 2\omega^2}{\omega^2 - \omega'^2} \times \text{funzione sinusoidale}$$

quindi essendo questi coefficienti mediamente crescenti con il tempo non si ha azione di contenimento, pur rimanendo limitate le velocità delle particelle stesse, poichè la particella si allontana dalla posizione iniziale nel piano xy , se inizialmente è diversa da zero o X o V_y o V_z .

Se invece vanno a zero i 6 termini citati, gli elementi di $[F]$ diventano puramente sinusoidali e quindi la particella oscilla in velocità e posizione intorno ai valori iniziali.

Si dimostra così che il rototrone, nelle ipotesi fatte, è una vera e propria *bottiglia magnetica*.

I termini in questione vanno a zero quando è soddisfatta la «relazione di rototrone»

$$(15) \quad \omega'^2 = 2\omega^2$$

in forma esplicita la (15) diventa:

$$f = \frac{eB}{2\sqrt{2}\pi m}$$

in cui « f » è la frequenza di rotazione del campo.

Sotto la condizione (15) la matrice $[F]$ si semplifica nella matrice $[F']$ (riportata in Appendice).

Dagli elementi della matrice $[F']$ si possono ricavare direttamente le dimensioni del contenitore attraverso il calcolo delle traiettorie.

Questo calcolo si presenta laborioso, anche se concettualmente facile, e non riteniamo questa la sede ove riportare grafici e tabelle in quanto queste sono direttamente legate al tipo di esperimento che ci si propone di fare.

Però allo scopo di dare una indicazione volutamente approssimata degli ingombri di un contenitore di questo tipo possiamo scrivere le seguenti relazioni:

$$V_{max} \approx 3,5 V_0 + 3,5 \omega X_0$$

$$R_{max} \approx 6 \frac{V_0}{\omega} + 2,5 X_0$$

ove V_{max} rappresenta circa l'estremo superiore della velocità entro il contenitore in funzione del modulo della velocità iniziale.

R_{max} rappresenta l'ordine di grandezza del massimo spostamento della posizione iniziale della particella.

Allo scopo di avere una idea delle presumibili dimensioni del contenitore in esame se si considerano particelle di deuterio con velocità di circa 10^6 m/sec (corrispondenti a circa 10^4 eV) in un campo magnetico pari a $0,05$ Weber/m² e con spostamenti assiali pari a $\sim 0,4$ m si trova:

$$R_{max} \approx 4,5 \text{ metri}; \quad V_{max} \approx 6,10^5 \text{ m/sec.}$$

CONCLUSIONI.

Nell'articolo già citato e pubblicato su questa rivista «Fissioni domani e fusione dopodomani» come già abbiamo detto sono ampiamente illustrati i metodi fino ad ora seguiti per ottenere la reazione di fusione controllata;

attualmente nessun metodo ha permesso di veder quale sia la via giusta da seguire per risolvere il problema.

Si deve rilevare che in questo campo si è sperimentato molto, anche con basi teoriche insufficienti date le gravi difficoltà matematiche che si incontrano ed il gran numero di parametri che occorre prendere in considerazione per schematizzare in maniera aderente alla realtà i complessi fenomeni.

Il contributo che riteniamo di aver portato con la trattazione precedente è quello di aver dimostrato rigorosamente che nelle premesse ipotesi una sola particella può essere contenuta per un tempo indefinito dal campo magnetico rotante descritto, ma è ben lungi dall'aver risolto il problema del contenimento dei plasm. (vedi nota).

Lo studio fatto può essere però una base di partenza per ulteriori studi sui contenitori basati su questo principio.

Per esempio al campo rotante già descritto si può sovrapporre un campo magnetico costante allo scopo di contenere anche particelle di massa diversa da quelle per la quale vale la relazione di rototrone; questo campo può avere le linee di forza rettilinee o toroidali ed in questo senso sono in corso alcune calcolazioni.

Sia il campo magnetico rotante, campo guida principale, che il campo aggiunto, possono essere uniformi o no.

Dai primi calcoli fatti appare che la possibilità di introdurre delle disuniformità nel campo rotante possa facilitare l'azione di contenimento quando si tratti il caso di più particelle.

Un altro aspetto interessante del dispositivo proposto è quello che riguarda il problema della separazione degli isotopi. Se infatti nel campo del rototrone vengono introdotti isotopi dello stesso elemento si avrà una azione assimilabile ad una centrifugazione elettromagnetica per tutte le particelle per le quali non è verificata la relazione di rototrone e contenimento per le particelle della massa voluta.

Tutte le particelle in realtà a causa della pressione termodinamica dovranno prima o poi andare a depositarsi sulle pareti fredde del contenitore; quelle per le quali la velocità di fuga è praticamente ridotta a zero si andranno a distribuire isotropicamente su tutte le pareti del recipiente mentre le altre, per le quali non è verificata la relazione di rotazione, si muoveranno preferibilmente in altre direzioni separandosi più o meno nettamente dalle altre secondo il rapporto tra le velocità di diffusione e di fuga.

Manoscritto pervenuto il 3 giugno 1960.

BIBLIOGRAFIA

- [1] G. SACERDOTI: *Studio delle proprietà ottiche di un quadrupolo elicoidale*. - «I. Elettrotecnica», Maggio 1960.
- [2] G. SACERDOTI: *Un nuovo tipo di contenitore magnetico «Il rototrone»* «I. Elettrotecnica», Settembre 1960.
- [3] N. MARGENAU and G. M. MURPHY: *The mathematics of Physics and Chemistry*. - D. Van Nostrand Company, inc., 1956.

APPENDICE

Nelle pagine seguenti sono riportate le matrici (17) (18) (19) (20) già citate nel testo.

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\omega' \tau & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \omega \tau & -\omega \omega' \tau & 0 & 0 \\ \omega' \tau & -\omega \tau & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \tau & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \tau & \omega^2 \tau & 0 & 1 & \omega \tau \\ 0 & -\omega^2 \tau & \tau & 0 & -\omega \tau & 1 \end{vmatrix} \quad (16)$$

$$|m| = \begin{array}{ccc} 0 & 0 & + 2 a \omega \\ 0 & 0 & 2 a \omega \left(\frac{\omega'}{\omega} - \frac{\omega}{\omega'} \right) \\ 0 & 0 & - 2 i a \frac{\omega^2}{\omega'} \\ 0 & 0 & - 2 i a \\ i \omega \left[\frac{2 \omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right] & - i \omega \left(\frac{2 \omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right) & i \omega \left(\frac{2 \omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right) + i q_1 a \\ \omega' - \frac{2 \omega^2}{\omega'} & \omega' - \frac{2 \omega^2}{\omega'} & \omega' - \frac{2 \omega^2}{\omega'} + q_2 a \end{array}$$

$$|m^{-1}| = \begin{array}{ccc} A & B & C \\ A & B & - C \\ 0 & \frac{1}{4 a \omega \left(\frac{\omega_1}{\omega} - \frac{\omega}{\omega'} \right)} & \frac{1}{4 a \omega' \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right)} \\ 0 & \frac{1}{4 a \omega \left(\frac{\omega'}{\omega} - \frac{\omega}{\omega'} \right)} & \frac{i}{4 a \omega' \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right)} \\ \frac{1}{2 (\omega'^2 - \omega^2)} & \frac{1}{2 (\omega'^2 - \omega^2) \left(\frac{\omega'}{\omega} - \frac{\omega}{\omega'} \right)} & \frac{i}{2 (\omega'^2 - \omega^2) \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right)} \\ \frac{1}{2 (\omega'^2 - \omega^2)} & \frac{1}{2 (\omega'^2 - \omega^2) \left(\frac{\omega'}{\omega} - \frac{\omega}{\omega'} \right)} & \frac{i}{2 \omega'^2 - \omega^2} \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right) \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ove: } A &= \frac{\omega'}{2 (\omega'^2 - \omega^2) \left(\omega' - 2 \frac{\omega^2}{\omega'} \right)}; & B &= - \frac{1}{4 a \omega \left(\frac{\omega'}{\omega} - \frac{\omega}{\omega'} \right)} \\ C &= \frac{-i}{4 \omega' a \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right)} + \frac{i}{2 \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right) (\omega'^2 - \omega^2) \left(2 \frac{\omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right)} \\ D &= \frac{i}{4 a \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right)} + \frac{i \omega^2}{2 \omega' \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right) (\omega'^2 - \omega^2) \left(2 \frac{\omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right)} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc}
 + 2 a \omega & \omega'^2 - \omega^2 & \omega'^2 - \omega^2 \\
 2 a \omega \left(\frac{\omega'}{\omega} - \frac{\omega}{\omega'} \right) & 0 & 0 \\
 2 i a \frac{\omega^2}{\omega'} & - i (\omega'^2 - \omega^2) & + i (\omega'^2 - \omega^2) \\
 2 i a & - i \frac{\omega'^2 - \omega^2}{\omega'} & + i \frac{\omega'^2 - \omega^2}{\omega'} \\
 - i \omega \left(\frac{2 \omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right) - i q_1 a & + i \omega & - i \omega \\
 \omega' - \frac{2 \omega^2}{\omega'} + q_2 a & - \omega' & - \omega'
 \end{array} \quad (17)$$

$$\text{ove } q_1 = \left(4 \frac{\omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right); \quad q_2 = -4 \frac{\omega}{\omega'}$$

$$\begin{array}{ccc}
 D & i & 1 \\
 -D & 2 \omega \left(2 \frac{\omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right) & 2 \left(\omega' - 2 \frac{\omega^2}{\omega'} \right) \\
 i & i & 1 \\
 4 a \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right) & 2 \omega \left(2 \frac{\omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right) & 2 \left(\omega' - 2 \frac{\omega^2}{\omega'} \right) \\
 i & 0 & 0 \\
 4 a \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right) & 0 & 0 \\
 i \omega^2 & 0 & 0 \\
 2 \omega' (\omega'^2 - \omega^2) \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right) & 0 & 0 \\
 i \omega^2 & 0 & 0 \\
 2 \omega' (\omega'^2 - \omega^2) \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right) & 0 & 0
 \end{array} \quad (18)$$

$$\begin{array}{c}
 \omega' \quad q_2 \\
 2 (\omega'^2 - \omega^2) \left(\frac{\omega'}{\omega} - \frac{\omega}{\omega'} \right) \left(\omega' - 2 \frac{\omega^2}{\omega'} \right) \quad 4 \omega \left(\frac{\omega'}{\omega} - \frac{\omega}{\omega'} \right) \left(\omega' - 2 \frac{\omega^2}{\omega'} \right) \\
 q_1 i \\
 4 \omega \omega' \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right) \left(2 \frac{\omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right) \\
 + \frac{i q_1}{4 \omega \left(\frac{\omega^2}{\omega'^2} - 1 \right) \left(2 \frac{\omega}{\omega'} - \frac{\omega'}{\omega} \right)}
 \end{array}$$

$$|F| = \begin{vmatrix} \cos \omega' t & \frac{\omega' \omega \cos \omega t - \omega' \omega \cos \omega' t}{\omega'^2 - \omega^2} & \frac{\omega' \omega \sin \omega t - \omega'^2 \sin \omega' t}{\omega'^2 - \omega^2} \\ 0 & \cos \omega t & \sin \omega t \\ \sin \omega' t & \frac{\omega^2 \sin \omega t - \omega \omega' \sin \omega' t}{\omega'^2 - \omega^2} & \frac{\omega'^2 \cos \omega' t - \omega^2 \cos \omega t}{\omega'^2 - \omega^2} \\ \frac{\sin \omega' t}{\omega'} & \frac{\omega' \sin \omega t - \omega \sin \omega' t}{\omega'^2 - \omega^2} & \frac{\omega' \cos \omega' t - \omega' \cos \omega t}{\omega'^2 - \omega^2} \\ \frac{\omega' \sin \omega t - \omega \sin \omega' t}{\omega'^2 - \omega^2} & A & B \\ \frac{\omega' \cos \omega t - \omega' \cos \omega' t}{\omega'^2 - \omega^2} & D & E \end{vmatrix}$$

$$\text{ove: } A = -t \frac{(2\omega^2 - \omega'^2) \cos \omega t}{2(\omega'^2 - \omega^2)} + \frac{\omega'^2 \sin \omega t}{2\omega(\omega'^2 - \omega^2)} + \frac{\omega^2 \omega' \sin \omega' t - \omega \omega'^2 \sin \omega t}{(\omega'^2 - \omega^2)^2};$$

$$C = t \frac{(2\omega^2 - \omega'^2) \omega' \sin \omega t}{2(\omega'^2 - \omega^2)} + \frac{\omega' \omega^3 (\cos \omega' t - \cos \omega t)}{(\omega'^2 - \omega^2)^2};$$

$$E = -t \frac{2\omega^2 - \omega'^2}{2(\omega'^2 - \omega^2)} \cos \omega t + \frac{\omega'^3 \sin \omega' t - \omega'^2 \omega \sin \omega t}{(\omega'^2 - \omega^2)^2} - \frac{\omega'^2 \sin \omega t}{2\omega(\omega'^2 - \omega^2)};$$

$$F^*| = \begin{vmatrix} \cos \sqrt{2} \omega t & \sqrt{2} \cos \omega t - \sqrt{2} \cos \sqrt{2} \omega t & \sqrt{2} \sin \omega t - 2 \sin \sqrt{2} \omega t \\ 0 & \cos \omega t & \sin \omega t \\ \sin \sqrt{2} \omega t & \sin \omega t - \sqrt{2} \sin \sqrt{2} \omega t & 2 \cos \sqrt{2} \omega t - \cos \omega t \\ \frac{\sin \sqrt{2} \omega}{\sqrt{2} \omega} & \frac{\sqrt{2} \sin \omega t - \sin \sqrt{2} \omega t}{\omega} & \frac{\sqrt{2} \cos \sqrt{2} \omega t - \sqrt{2} \cos \omega t}{\omega} \\ \frac{\sqrt{2} \sin \omega t - \sin \sqrt{2} \omega t}{\omega} & + \frac{\sqrt{2} \sin \sqrt{2} \omega t - \sin \omega t}{\omega} & \frac{2 \cos \omega t - 2 \cos \sqrt{2} \omega t}{\omega} \\ \frac{\sqrt{2} \cos \omega t - \sqrt{2} \cos \sqrt{2} \omega t}{\omega} & \frac{2 \cos \sqrt{2} \omega t - 2 \cos \omega t}{\omega} & \frac{2 \sqrt{2} \sin \sqrt{2} \omega t - (\sqrt{2} + 2) \sin \omega t}{\omega} \end{vmatrix}$$

$\frac{\omega^2 \omega' \sin \omega' t - \omega \omega'^2 \sin \omega t}{\omega'^2 - \omega^2}$	0	0
$\omega' \sin \omega t$	0	0
$\frac{\omega' \omega^2 \cos \omega t - \omega' \omega'^2 \cos \omega' t}{\omega'^2 - \omega^2}$	0	0
$\frac{\omega'^2 \cos \omega t - \omega^2 \cos \omega' t}{\omega'^2 - \omega^2}$	0	0
C	$\cos \omega t$	$\sin \omega t$
F	$-\sin \omega t$	$\cos \omega t$

(19)

$$B = -t \frac{(2\omega^2 - \omega'^2) \sin \omega t}{2(\omega'^2 - \omega^2)} + \frac{\omega \omega'^2 \cos \omega t - \omega \omega'^2 \cos \omega' t}{(\omega'^2 - \omega^2)^2};$$

$$D = t \frac{(2\omega^2 - \omega'^2) \sin \omega t}{2(\omega'^2 - \omega^2)} + \omega'^2 \frac{\omega \cos \omega' t - \cos \omega t}{(\omega'^2 - \omega^2)^2};$$

$$F = t \frac{(2\omega^2 - \omega'^2) \omega' \cos \omega t}{2(\omega'^2 - \omega^2)} - \frac{\omega'^3 \sin \omega t}{2\omega(\omega'^2 - \omega^2)} + \frac{\omega^3 \omega' \sin \omega t - \omega^2 \omega'^2 \sin \omega' t}{(\omega'^2 - \omega^2)^2}.$$

$(\sqrt{2} \sin \sqrt{2} \omega t - 2 \sin \omega t) \omega$	0	0
$\sqrt{2} \omega \sin \omega t$	0	0
$(\sqrt{2} \cos \omega t - \sqrt{2} \cos \sqrt{2} \omega t) \omega$	0	0
$2 \cos \omega t - \cos \sqrt{2} \omega t$	0	0
$\sqrt{2} \cos \sqrt{2} \omega t - \sqrt{2} \cos \omega t$	$\cos \omega t$	$\sin \omega t$
$-2 \sin \sqrt{2} \omega t$	$-\sin \omega t$	$\cos \omega t$

(20)

SULL'EFFETTO KELVIN IN REGIME TRANSITORIO

L. SANI

La determinazione della distribuzione di corrente in regime transitorio nei conduttori elettrici, in presenza o meno di materiali magnetici, è stata affrontata con le trasformate finite di Hankel e con le trasformate finite seno di Fourier, entrambe associate con il metodo degli operatori.

Viene dimostrato che in ogni caso l'intensità di corrente che percorre un conduttore in regime transitorio può ottenersi da una sommatoria di correnti parziali calcolate indipendentemente in circuiti di date resistenze ed induttanze alle quali venga applicata la stessa tensione applicata al conduttore in esame.

I. - PREMESSA.

Lo studio del comportamento in regime transitorio dei conduttori percorsi da corrente elettrica è stato affrontato in passato da vari autori che peraltro si sono trovati spesso in difficoltà nel pervenire alle espressioni analitiche finali della distribuzione trasversale della densità di corrente.

Ciò in quanto la risoluzione delle equazioni differenziali che regolano tali fenomeni transitori affrontata con i metodi classici, quali ad es. quelli che utilizzano il Lemma di Green, comporta la valutazione di complicati integrali al contorno.

Lo stesso calcolo viceversa affrontato con le trasformate finite di Hankel, particolarmente adatte nei sistemi a simmetria assiale, o con le trasformate finite seno di Fourier, entrambe associate con il metodo degli operatori permette di giungere a risultati di immediata applicazione pratica anche nella ipotesi che il problema venga impostato nella sua forma più generale.

La trattazione è stata pertanto estesa al caso di conduttori di sezione diversa dalla circolare ed in presenza o meno sia di materiali magnetici di elevata permeabilità sia di altri conduttori percorsi da corrente elettrica.

È stato possibile dimostrare che in ogni caso l'intensità di corrente che percorre un conduttore in regime transitorio può ottenersi da una sommatoria di correnti parziali le quali possono essere calcolate indipendentemente quali correnti in circuiti di date resistenze ed induttanze a cui venga applicata la stessa tensione applicata al conduttore in esame.

Nel corso della trattazione, si è avuto modo di constatare che l'espressione della densità di corrente in regime transitorio in un conduttore cilindrico a sezione circolare per effetto dell'applicazione di una differenza di potenziale del tipo a gradino ai suoi estremi, trovata con il metodo delle trasformate finite di Hankel, rappresenta la valutazione di un operatore sufficientemente complesso che rappresenta un ostacolo al quale necessariamente si giunge trattando lo stesso problema con i metodi classici.

Le espressioni della distribuzione della densità di corrente nei conduttori elettrici ricavabili con tali metodi consentono inoltre di valutare in regime transitorio le potenze attiva e reattiva cedute per unità di volume: la loro conoscenza ha notevole importanza in svariati

problemi di elettrotecnica sia nel campo delle correnti intense, quali si hanno nei circuiti da forno e nelle saldature elettriche a funzionamento intermittente, sia nel campo delle correnti deboli di tipo impulsivo.

Le formule risolutive dei vari casi trattati vengono fornite nella Parte I del presente studio, mentre gli sviluppi analitici corrispondenti sono riportati nella Parte II.

In Appendice viene fatto un rapido accenno su alcune proprietà delle trasformate finite di Hankel e delle trasformate finite seno di Fourier.

I PARTE

2. - EFFETTO KELVIN IN UN CONDUTTORE CILINDRICO, A SEZIONE CIRCOLARE, LIBERO NELLO SPAZIO.

È noto dai corsi di Elettrotecnica Generale che applicando le due leggi circuitali in coordinate cilindriche ad un conduttore rettilineo (fig. 1) percorso da corrente elettrica si ottiene la seguente equazione di Bessel di ordine zero:

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \gamma \mu \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

ove $\sigma = \sigma(x, t)$ è la densità di corrente, μ e γ rispettivamente la permeabilità e la conducibilità del conduttore.

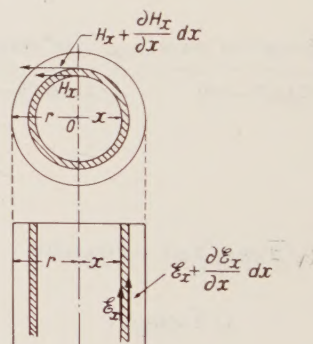


Fig. 1.

tore, entrambe assunte costanti, indipendenti cioè da σ , x , t .

La determinazione della distribuzione della densità di corrente elettrica in un conduttore cilindrico a sezione circolare in regime transitorio per effetto dell'applicazione di una differenza di potenziale ai suoi estremi si basa sulla risoluzione di tale equazione con le condizioni ai limiti seguenti: $\sigma(x, 0) = 0$ e $\sigma(x, t) = \sigma(t) = \gamma \mathcal{E}(t)$ per $t > 0$. In altri termini si suppone nota a partire dall'istante iniziale la tensione per unità di lunghezza $\mathcal{E}(t) = \rho \sigma(t)$ applicata sulla superficie esterna del cilindro conduttore.

La soluzione dell'equazione differenziale (1) con tali condizioni ai limiti ed iniziali, della quale nella Parte II è riportato il processo risolutivo, è la seguente:

(*) Dr. Ing. Luciano Sani della Soc. Terni.

$$(2) \quad \sigma(x, t) = \frac{2k}{r} \sum_i \xi_i \frac{J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} \int_0^t \sigma(t) e^{-k \xi_i^2 (t-\tau)} d\tau$$

ove J_0 e J_1 sono rispettivamente le funzioni di Bessel di ordine zero e di ordine uno, \sum_i è la sommatoria estesa a tutte le radici dell'equazione trascendentale:

$$(3) \quad J_0(\xi_i r) = 0$$

e

$$k = \frac{1}{\gamma \mu}$$

Nel caso in cui la funzione $\sigma(t)$ sia del tipo a gradino, pari a $\sigma_0 1(t)$, la (2) diventa:

$$\sigma(x, t) = \frac{2\sigma_0}{r} \sum_i \xi_i \frac{J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} (1 - e^{-k \xi_i^2 t})$$

Poichè vale l'eguaglianza:

$$\frac{2}{r} \sum_i \xi_i \frac{J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} = 1$$

come è mostrato nell'Appendice, la distribuzione della densità di corrente elettrica $\sigma(x, t)$ conseguente all'applicazione di una tensione di tipo unitario $\mathcal{E}(t) = \sigma_0 1(t)$ assume l'espressione:

$$(4) \quad \sigma(x, t) = \sigma_0 \left(1 - \frac{2}{r} \sum_i \xi_i \frac{J_0(\xi_i x) e^{-k \xi_i^2 t}}{J_1(\xi_i r)} \right)$$

È interessante notare che la funzione $\sigma(x, t)$ corrispondente alla funzione unitaria $1(t)$, a parte il fattore σ_0 , si può ancora considerare la funzione caratteristica dell'operatore $\frac{1}{\Delta + k \xi_i^2}$, procedendo nel modo indicato nella Parte II, in quanto la trasformazione di Hankel opera solo sulle coordinate di spazio. Ciò significa che è facile passare dal caso della funzione unitaria $1(t)$ ad un operando qualsiasi sia per via analitica che per via grafica mediante l'integrale del Duhamel:

$$\sigma(x, t) = \int_0^t H(t-\tau) \frac{\partial \sigma(x, \tau)}{\partial \tau} d\tau$$

Nel caso che si voglia far comparire esplicitamente la differenza di potenziale $\mathcal{E}(t)$ per metro di lunghezza del conduttore, applicata a partire dall'istante $t=0$ basterà tener presente nella (2) che:

$$\sigma(t) = \gamma \mathcal{E}(t).$$

Nelle formule stabilite per la determinazione della densità di corrente nei vari punti di un conduttore cilindrico a sezione circolare compaiono le radici dell'equazione $J_0(\alpha) = 0$ e i corrispondenti valori della funzione di Bessel del 1° ordine $J_1(\alpha)$. Entrambi possono determinarsi dalle rappresentazioni grafiche delle funzioni oscillanti di Bessel (1) oppure utilizzando la tabella riportata qua appresso.

Allo scopo di facilitare i calcoli della (4) è stata riportata nella fig. 2 la rappresentazione grafica della funzione $-\frac{2}{r} \frac{J_0(\xi_i x)}{\xi_i J_1(\xi_i r)}$ per i compreso tra 1 e 5. La famiglia di curve riportate rappresenta all'istante $t=0$ la distribuzione lungo il raggio del conduttore cilindrico delle varie componenti la densità di corrente. Nella fig. 3 viceversa è riportata la famiglia di curve $\frac{\sigma(x, t)}{\sigma_0}$, espresse

TABELLA I. — Radici di $J_0(\alpha) = 0$ e i corrispondenti valori di $J_1(\alpha)$

n	α_n	$J_1(\alpha)$	n	α_n	$J_1(\alpha)$
1	2,4048	+0,5191	21	65,1900	+0,09882
2	5,5201	-0,3403	22	68,3315	-0,09652
3	8,6537	+0,2715	23	71,4730	+0,09438
4	11,7915	-0,2325	24	74,6145	-0,09237
5	14,9309	+0,2065	25	77,7560	+0,09049
6	18,0711	-0,1877	26	80,8976	-0,08821
7	21,2116	+0,1733	27	84,0391	+0,08704
8	24,3525	-0,1617	28	87,1806	-0,08545
9	27,4935	+0,1522	29	90,3222	+0,08395
10	30,6346	-0,1422	30	93,4637	-0,08253
11	33,7758	+0,1373	31	96,6053	+0,08118
12	36,9371	-0,1313	32	99,7468	-0,07989
13	40,0584	+0,1261	33	102,8884	+0,07866
14	43,1998	-0,1214	34	106,0299	-0,07749
15	46,3412	+0,1172	35	109,1715	+0,07636
16	49,4826	-0,1134	36	112,3131	-0,07529
17	52,5241	+0,1010	37	115,4546	+0,07426
18	55,7655	-0,1068	38	118,5962	-0,07324
19	58,9070	+0,1040	39	121,7377	+0,07232
20	62,0485	-0,1013	40	124,8793	-0,07140

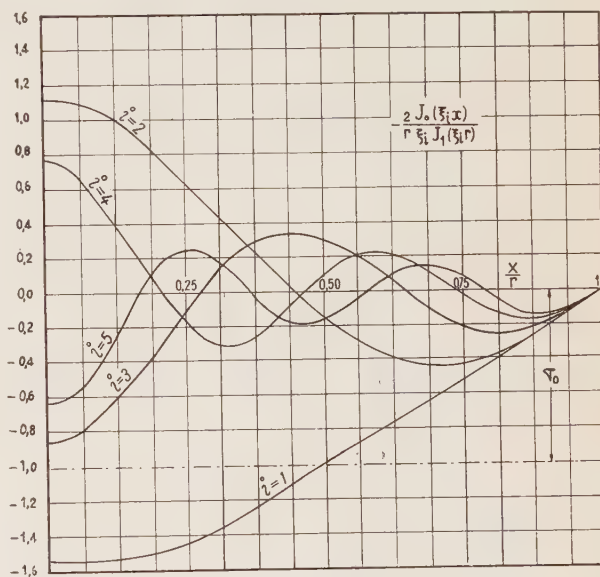


Fig. 2.

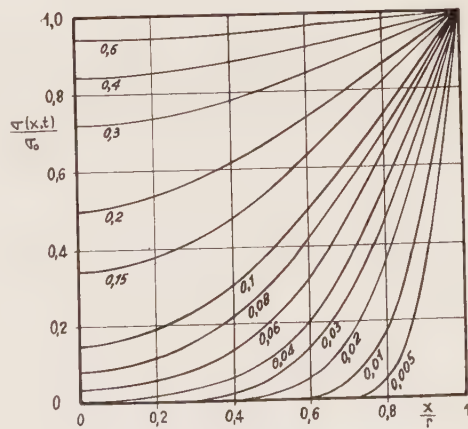


Fig. 3.

dalla (4), per diversi valori della variabile adimensionale $\frac{k t}{\gamma r^2}$.

Questa famiglia rappresenta appunto le curve di dif-

(1) Vedi Appendice.

fusione della densità di corrente nell'interno del conduttore. Il fronte d'onda di tale densità di corrente avanza con velocità di penetrazione proporzionale a

$$\frac{1}{\sqrt{\mu \gamma t}}.$$

A questo punto è bene chiarire la differenza che esiste fra velocità di propagazione e velocità di diffusione. Quando si applica l'onda di tensione sulla superficie esterna del conduttore l'intensità di corrente che ne deriva si propaga nella direzione assiale con la velocità

$\frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$, mentre la densità di corrente penetra e si diffonde in direzione trasversale con una velocità che dipende dalla permeabilità e dalla resistività del mezzo ed è quindi legata alla velocità con cui si spostano gli elettroni di conduzione del conduttore in esame.

L'aver poi riportato l'andamento della distribuzione della densità di corrente in funzione di $k t / r^2$ vuol dire che a parità di k e quindi di conduttività la distribuzione rimarrà inalterata se tale rimarrà t / r^2 .

Ciò permette di enunciare un principio di natura più generale, del resto già dimostrato dal Dwight, secondo cui passando da una configurazione ad un'altra simile si avrà la stessa distribuzione della densità di corrente se i tempi si fanno variare inversamente al quadrato delle dimensioni lineari.

L'espressione generale dell'intensità di corrente totale che transita nel conduttore sarà ovviamente:

$$(5) \quad i(t) = \int_0^r 2 \pi x dx \sigma(x, t) = \\ = \frac{4 \pi k}{r} \sum_i \int_0^r \frac{x J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} dx \int_0^t \sigma(t) e^{-k \xi_i^2 (t - \tau)} d\tau.$$

Tenendo presente che:

$$\int_0^r x J_0(\xi_i x) dx = \frac{r}{\xi_i} J_1(\xi_i r)$$

la (5) diventa:

$$(6) \quad i(t) = 4 \pi k \sum_i \int_0^t \sigma(\tau) e^{-k \xi_i^2 (t - \tau)} d\tau = \\ = 4 \pi k \gamma \sum_i \int_0^t \mathcal{E}(\tau) e^{-k \xi_i^2 (t - \tau)} d\tau.$$

Nel caso in cui venga applicata una tensione a gradino $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cdot 1(t)$ si ha:

$$i(t) = 4 \pi \gamma \mathcal{E}_0 \sum_i \frac{1 - e^{-k \xi_i^2 t}}{\xi_i^2}.$$

Al tendere di t all'infinito, cioè in condizioni statiche si ha:

$$(7) \quad i \rightarrow \infty = 4 \pi \gamma \mathcal{E}_0 \sum_i \frac{1}{\xi_i^2}.$$

Poichè è dimostrato in Appendice, eq. (12), che:

$$\sum_i \frac{1}{\xi_i^2} = \frac{r^2}{4}$$

la (7) assume la forma:

$$i = \pi r^2 \gamma \mathcal{E}_0 = \pi r^2 \sigma_0$$

di ovvia interpretazione.

Tenendo presenti le considerazioni alle quali si giunge procedendo nel modo indicato nella Parte II, qualora si parta dall'espressione generale della intensità di corrente in regime transitorio eq. (6), si trova che l'entità della intensità di corrente in regime transiente in un conduttore cilindrico a sezione circolare può essere ottenuta considerando il conduttore stesso formato da una semplice infinità di conduttori affetti tutti dalla stessa induttanza $\mu/4\pi$ e resistenza diversa pari a $\rho \xi_i^2/4\pi$, applicando ad essi le regole dei circuiti induttivi e sovrapponendo le singole correnti.

3. - EFFETTO KELVIN IN UN CONDUTTORE RETTILINEO A SEZIONE RETTANGOLARE LIBERO NELLO SPAZIO.

Applicando le due leggi circuitali in coordinate rettangolari ad un conduttore rettilineo percorso da corrente si ottiene la seguente equazione differenziale:

$$(8) \quad \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} = \mu \gamma \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

ove i simboli hanno il noto significato.

La soluzione di questa equazione per un conduttore di sezione rettangolare fig. 4 può essere affrontata facilmente ricorrendo alle trasformate doppie seno di Fourier e tenendo presenti le condizioni iniziali:

$$\sigma(x, y, 0) = 0$$

e le condizioni ai limiti:

$$\sigma(x, 0, t) = \sigma(0, y, t) = \sigma(x, b, t) = \sigma(a, y, t) = \\ = \gamma \mathcal{E}(t) = \sigma(t).$$

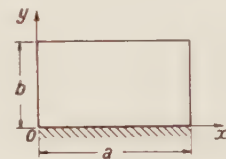


Fig. 4.

L'espressione della densità di corrente σ , che si ottiene risolvendo la (8) secondo il processo risolutivo riportato nella Parte II, è la seguente:

$$(9) \quad \sigma(x, y, t) = \frac{16}{a b} k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{m b}{n a} + \frac{n a}{m b} \right] \\ \cdot \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] (t - \tau)} d\tau \cdot \\ \cdot \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b},$$

ove le sommatorie si intendono estese a tutti i numeri interi dispari.

Nel caso in cui la funzione $\sigma(t)$ sia del tipo unitario, pari a $\sigma_0 \cdot 1(t)$, si ottiene dalla (9):

$$(10) \quad \sigma(x, y, t) = \\ = \frac{16}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{m n} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \cdot \\ \cdot \left(1 - e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] t} \right).$$

Poichè sussiste la seguente eguaglianza:

$$\frac{16}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn} \operatorname{sen} \frac{m \pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n \pi y}{b} = 1 \quad (\text{eq. (16) dell'Appendice})$$

la (10) assume l'espressione:

$$(11) \quad \sigma(x, y, t) = \sigma_0 \left(1 - \frac{16}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{mn} \operatorname{sen} \frac{m \pi x}{a} \cdot \operatorname{sen} \frac{n \pi y}{b} e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] t} \right).$$

La scomposizione dell'onda di tensione applicata in una serie di elementi rettangolari permette in base all'integrale del Duhamel di risalire dalla (11) alla distribuzione della densità di corrente relativa.

Nella fig. 5 a, b, c, sono state tracciate le componenti $\sigma_{m, n}$ della (11) lungo la mezzieria del rettangolo relativa

Nel caso in cui la tensione applicata sia di tipo unitario $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 1(t)$ si ha:

$$(13) \quad i(t) = \frac{64}{\pi^4} a b \gamma \mathcal{E}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(mn)^2} \cdot \left(1 - e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] t} \right)$$

Si dimostra facilmente partendo dalla eq. (16) dell'Appendice che:

$$(14) \quad \frac{64}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(mn)^2} = 1$$

e quindi la (14) diventa:

$$(15) \quad i(t) = a b \gamma \mathcal{E}_0 \left(1 - \frac{64}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(mn)^2} e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] t} \right)$$

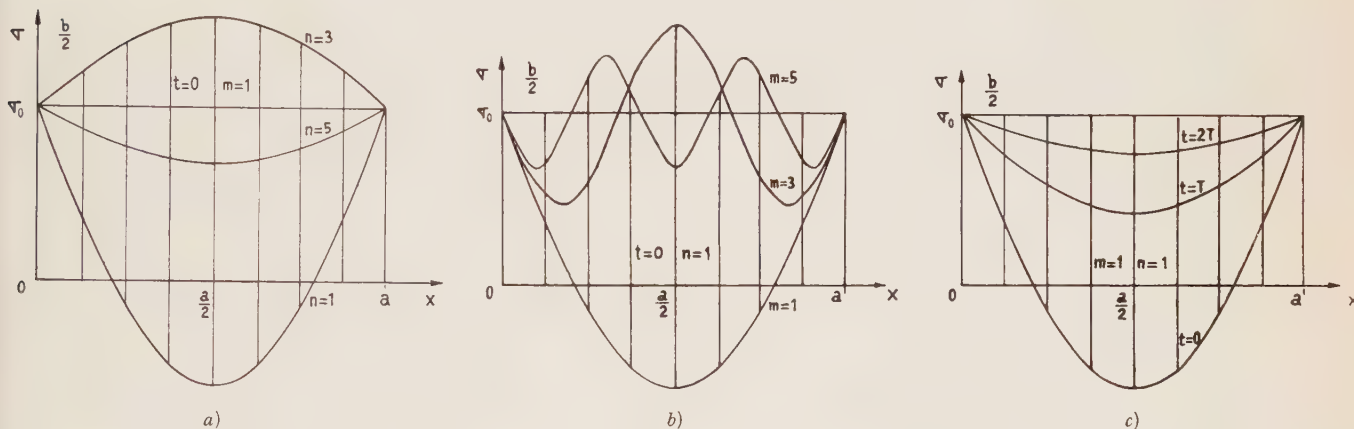


Fig. 5.

all'asse $y = b/2$ rispettivamente all'istante $t = 0$ per vari valori di m ed n , e per un valore di m ed n ad istanti diversi.

Dall'esame delle espressioni che danno le componenti della densità di corrente si nota che al crescere degli indici m ed n diminuisce l'ampiezza delle curve e diminuisce anche la costante di tempo T_{mn} , cioè queste si attenuano più rapidamente.

L'espressione generale dell'intensità di corrente totale che passa attraverso il conduttore a sezione rettangolare risulta:

$$(12) \quad i(t) = \int_0^a dx \int_0^b \sigma(x, y) dy = 16 k \int_0^a dx \int_0^b \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] \cdot \frac{1}{mn} \cdot \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] (t-\tau)} d\tau \operatorname{sen} \frac{m \pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{n \pi y}{b} dy =$$

$$= \frac{64}{\pi^2} k a \cdot b \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] \cdot \frac{1}{(mn)^2} \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] (t-\tau)} d\tau.$$

Con considerazioni analoghe al caso del conduttore cilindrico e procedendo nel modo indicato nella Parte II si trova che l'andamento della corrente in un conduttore a sezione rettangolare di lati a e b in regime transitorio può ottenersi molto semplicemente considerando il conduttore medesimo formato da una doppia infinità di conduttori di resistenza

$$R_{mn} = \frac{\rho \pi^4}{64 a b} (mn)^2$$

ed induttanza

$$L_{mn} = \frac{\mu \pi^2}{0,4 \left[\frac{b}{a m^2} + \frac{a}{b m^2} \right]}$$

applicando le regole dei circuiti induttivi e sovrapponendo le singole correnti.

4. — EFFETTO KELVIN IN UN CONDUTTORE TUBOLARE RETTILINEO.

È facile constatare che la caduta di tensione per unità di lunghezza del conduttore cilindrico a sezione circolare esaminato precedentemente è costante nei vari punti della sezione. Infatti la caduta di tensione $e(x, t)$, somma di quella ohmica e di quella induttiva è:

$$(16) \quad e(x, t) = \varrho \sigma(x, t) + \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

ove φ è il flusso esterno al raggio x cioè:

$$\varphi(x, t) = \int_x^a \mu \frac{i(r)}{2\pi r} dr = c.$$

Derivando la (16) rispetto ad x :

$$(17) \quad \frac{\partial e(x, t)}{\partial x} = \varrho \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \frac{\mu}{2\pi} \frac{1}{x} \frac{\partial i(x)}{\partial t}$$

e tenendo presente che:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = - \frac{2k}{r} \sum_i \xi_i^2 \frac{J_1(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} \int_0^t \sigma(\tau) e^{-k\xi_i^2(t-\tau)} d\tau$$

$$(19) \quad \sigma(x, t) = \sum_i \frac{2\xi_i^2 J_0^2(\xi_i r)}{J_0^2(R\xi_i) - J_0^2(r\xi_i)} \cdot [J_0(r\xi_i) Y_0(R\xi_i) - J_0(R\xi_i) Y_0(r\xi_i)] \cdot \left[\frac{k J_0(\xi_i R)}{J_0(\xi_i r)} \int_0^t \sigma(r, \tau) e^{-k\xi_i^2(t-\tau)} d\tau - k \int_0^t \sigma(r, \tau) e^{-k\xi_i^2(t-\tau)} d\tau \right]$$

e

$$i(x) = \int_0^x 2\pi r \sigma(r) dr = \frac{4\pi k}{r} \sum_i x \frac{J_1(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} \int_0^t \sigma(\tau) e^{-k\xi_i^2(t-\tau)} d\tau$$

si ha $\partial e / \partial x = 0$.

Quindi la caduta di tensione è costante nei vari punti della sezione. Essendo questa una proprietà di carattere generale varrà anche per un conduttore cilindrico tubolare:

$$(18) \quad \frac{\partial e}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \frac{\mu}{2\pi} \frac{1}{x} \frac{\partial i}{\partial t} = 0.$$

Si prenda allora in esame un cilindro tubolare limitato dalle superfici di raggio interno r e raggio esterno R . Sulla superficie interna il secondo termine del secondo membro della (18) è nullo, poichè è nulla la i , e quindi si ha:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0 \quad \text{per } x = r$$

Per dimostrare la validità di tale condizione era sufficiente ricordare che la densità di corrente non può passare attraverso una superficie di separazione di un mezzo conducente ed uno non conducente e quindi su di essa si deve avere necessariamente $\partial \sigma / \partial x = 0$.

Tale condizione ai limiti, come si vedrà, coincide con quella che si avrebbe se il conduttore tubolare avesse un'anima isolata di materiale ad elevata permeabilità.

Applicando allora alla superficie esterna del conduttore tubolare, fig. 6, un'onda di tensione $\mathcal{E}(t) = \varrho \sigma(t)$

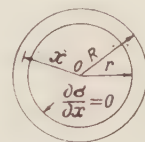


Fig. 6.

per unità di lunghezza, la densità di corrente $\sigma(t)$ sarà regolata dall'equazione differenziale (1) e dovrà soddisfare alla condizione ai limiti:

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)_{x=r} = 0$$

e alla condizione iniziale:

$$\sigma(R, t) = \sigma(t) \quad \text{per } t > 0.$$

La soluzione della eq. (1) per il conduttore tubolare può essere ottenuta facilmente ricorrendo alla trasformata finita di Hankel, definita dalla eq. (18) dell'Appendice, come è deducibile dalla dimostrazione riportata nella Parte II e si ha per la densità di corrente $\sigma(t)$ la seguente espressione:

La sommatoria si intende estesa a tutte le radici positive dell'equazione trascendentale:

$$(20) \quad J_0(\xi_i r) Y_0(\xi_i R) - J_0(\xi_i R) Y_0(\xi_i r) = 0$$

ove J_0 è la funzione di Bessel del primo genere di ordine zero e Y_0 è la funzione di Bessel del secondo genere di ordine zero.

La (20) dà già di per sé l'espressione delle densità di corrente in un conduttore tubolare del quale siano note le tensioni applicate rispettivamente sulla superficie esterna $\varrho \sigma(t)$ e sulla superficie interna $\varrho \sigma(r, t)$ comunque variabili nel tempo. Nel caso in cui l'onda di tensione venga applicata solo sulla superficie esterna derivando l'espressione di $\sigma(x, t)$ rispetto ad x e tenendo

presente la condizione ai limiti $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)_{x=r} = 0$ si ri-

cava di conseguenza il valore incognito $\sigma(r, t)$ della densità di corrente sulla superficie interna del tubo.

Senza voler procedere nella risoluzione di tale densità di corrente, si fa notare che la determinazione della densità di corrente in un conduttore tubolare può farsi in modo molto più semplice utilizzando direttamente le espressioni che verranno dedotte per una barra di forma

qualunque posta nella cava di un materiale ad elevata permeabilità. Conviene però ricordare che un confronto fra un tubo sottile ed una barra piatta in regime transitorio, basato sull'effetto skin, mostra a parità di area della sezione e conduttività che il primo è la forma più economica di conduttore.

Le prime sei radici dell'equazione (20), che sovente si incontra nei problemi di transienti relativi ai tubi, sono riportate in Appendice.

5. — EFFETTO KELVIN NEI CONDUTTORI IN PRESENZA DI MATERIALI MAGNETICI AD ELEVATA PERMEABILITÀ.

Nei primi due casi è stata esaminata la distribuzione della densità di corrente, in regime transitorio, nella sezione trasversale di conduttori lontani da materiali magnetici. La presenza di superfici di elevata permeabilità provoca una alterazione nella distribuzione della σ in quanto le linee di flusso del campo magnetico, create dal conduttore percorso da corrente, vengono costrette ad abbandonare la loro libera distribuzione, per incontrare le superfici magnetiche presenti quasi ad angolo retto

$$\left(\frac{\operatorname{tg} \varphi_0}{\operatorname{tg} \varphi_1} = \frac{\mu_0}{\mu_1} \right).$$

Verrà preso in esame il caso teorico in cui il conduttore sia perfettamente aderente alla superficie di un mezzo di permeabilità infinita.

Ciò equivale ad imporre sulla superficie del conduttore a contatto con il materiale di elevata permeabilità la condizione:

$$(21) \quad \frac{\partial \sigma}{\partial n} = 0.$$

Il caso intermedio in cui il materiale magnetico sia presente senza essere a diretto contatto con il contatto con il conduttore equivale caso per caso ad imporre la condizione ai limiti:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial n} = f(P, t)$$

ove $f(P, t)$ è una funzione della posizione e del tempo.

a) Caso di un conduttore di sezione rettangolare con un lato appoggiato su un nucleo di elevata permeabilità, fig. 7.

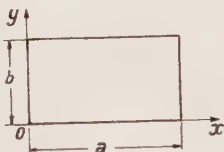


Fig. 7.

La densità di corrente dovrà soddisfare oltre alla equazione e alle condizioni ai limiti viste nel paragr. 3:

$$k \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

$$\sigma(0, y, t) = \sigma(x, b, t) = \sigma(a, y, t) = \sigma(t)$$

anche alla condizione (21) sulla superficie a contatto con il nucleo magnetico:

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} \right)_{y=0} = 0.$$

Senza risolvere nuovamente il problema è facile giungere alla soluzione con semplici considerazioni, quando si tengono presenti i risultati già conseguiti. Infatti se si analizza la distribuzione della densità di corrente in un conduttore di sezione rettangolare libero nello spazio o meglio la variazione di densità secondo certe direzioni si nota che:

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)_{x=\frac{a}{2}} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial y} \right)_{y=\frac{b}{2}} = 0.$$

Cioè lungo i due assi mediani della sezione rettangolare la variazione della densità di corrente in senso normale è nulla. Quindi non si manifesta alcuna alterazione nella distribuzione della σ qualora si pensi di interporre due fogli di materiale di elevata permeabilità in corrispondenza delle sezioni mediane (fig. 8).

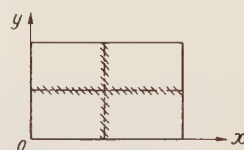


Fig. 8.

Pertanto un conduttore a sezione rettangolare appoggiato ad un mezzo di permeabilità elevatissima avrà la stessa distribuzione di densità di corrente che si ha nella metà superiore di un conduttore libero, data dall'espressione:

$$(22) \quad \sigma(x, y, t) = \frac{8}{ab} k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2mb}{na} + \frac{an}{2mb} \right] \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi}{2b} (y+b) \int_0^t \sigma(\tau) \cdot e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{4b^2} \right] (t-\tau)} d\tau$$

b) Caso di un conduttore a sezione rettangolare appoggiato d'angolo ad un mezzo ferromagnetico, fig. 9.

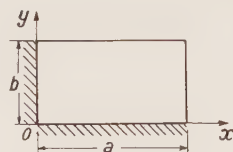


Fig. 9.

Per le considerazioni svolte precedentemente, esso avrà la stessa distribuzione di densità di corrente di un quarto del conduttore libero, con espressione della medesima pari a:

$$(23) \quad \sigma(x, y, t) = \frac{4}{ab} k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{mb}{na} + \frac{an}{mb} \right] \cdot \sin \frac{m\pi}{2a} (x+a) \sin \frac{n\pi}{2b} (y+b) \cdot \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\frac{\pi^2 k}{4} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) (t-\tau)} d\tau$$

L'importanza dei due casi teorici esaminati non va sottovalutata se si tiene presente ad es. la posizione che occupano i conduttori degli avvolgimenti dei trasformatori nei contronti del nucleo.

e) Caso di un conduttore contenuto nella scanalatura rettangolare praticata in un mezzo ad alta permeabilità, fig. 10.

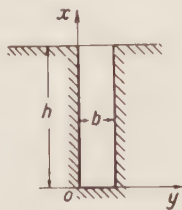


Fig. 10.

Conoscere la distribuzione della densità di corrente in regime transitorio nella sezione trasversale di un conduttore a sezione rettangolare contenuto nella scanalatura ricavata in un materiale magnetico è particolarmente importante nello studio dei motori ad addensamento di corrente.

Infatti i rotor a gabbia di scoiattolo con barre alte e strette hanno il noto vantaggio di possedere, proprio in regime transitorio, un'elevata resistenza e quindi una forte coppia di spunto mentre in condizioni normali tale resistenza si abbassa notevolmente senza perciò comprometterne la velocità ed il rendimento. Questo fenomeno è appunto dovuto alla disuniforme distribuzione della densità di corrente, la quale nei regimi transitori viene ad addensarsi sulla sommità delle barre poste nelle cave delle macchine elettriche.

Se si esamina pertanto un conduttore contenuto nella scanalatura rettangolare praticata in un materiale ad alta permeabilità si trova che in esso la densità di corrente dovrà soddisfare su tutte e tre le superfici di contatto alla condizione (21), cioè:

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial y}\right)_{y=0} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial y}\right)_{y=b} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x}\right)_{x=0} = 0.$$

Anche questo caso si riconduce facilmente, per lo meno nella prima parte, ad un altro già trattato precedentemente senza dover impostare il problema di nuovo. Infatti se si esamina la distribuzione della densità di corrente in un conduttore lameiforme fig. 11, si trova che

è soddisfatta la condizione $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x}\right)_{x=0} = 0$, in quanto

per ovvie ragioni di simmetria la variazione di σ normalmente alla mezzera è nulla. Inoltre se si considerano due piani α e β paralleli alla direzione x si nota ancora che il vettore induzione \vec{B} è a questi ortogonale come se i due piani fossero magnetici.

Queste osservazioni consentono di utilizzare i risultati che si ottengono risolvendo l'equazione differenziale:

$$(24) \quad \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} = \gamma \mu \Delta \sigma.$$

valida per un conduttore lameiforme.

A tale equazione valida per un conduttore a sezione rettangolare posto nella scanalatura di un nucleo magnetico si arriva anche per altre vie [1].

L'equazione (24) verrà risolta usando dapprima le trasformate di Fourier ed in un secondo tempo il normale calcolo operatorio. Il confronto dei risultati è in-

teressante in quanto mostra due soluzioni di uno stesso problema.

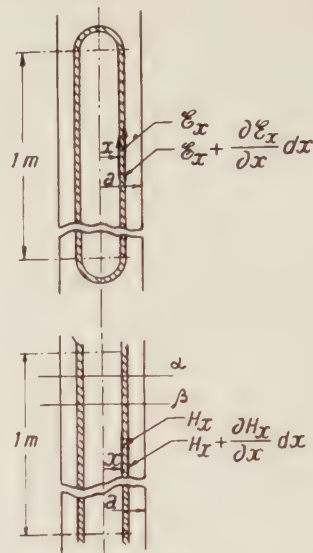


Fig. 11.

1) La risoluzione della (24) per un conduttore lameiforme porta a mezzo delle trasformate finite seno di Fourier alla seguente espressione della densità di corrente:

$$(25) \quad \sigma(x, t) = \frac{4\pi k}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} m \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\frac{m^2 \pi^2}{a^2} k(t-\tau)} \cdot d\tau \sin \frac{m\pi x}{a}$$

ove la sommatoria si intende estesa a tutti i numeri interi dispari. Nel caso di conduttore a sezione rettangolare posto nella scanalatura profonda h la densità della corrente assume la forma:

$$(26) \quad \sigma(x, t) = \frac{\pi k}{h^2} \sum_{m=1}^{\infty} m \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\frac{m^2 \pi^2}{4h^2} k(t-\tau)} \cdot d\tau \sin \frac{m\pi}{2h} (x+h).$$

Con una funzione $\sigma(t)$ del tipo unitario, pari a $\sigma_0 1(t)$, si ottiene:

$$\sigma(x, t) = \frac{4}{\pi} \sigma_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi}{2h} (x+h) \left(1 - e^{-\frac{m^2 \pi^2}{4h^2} k t}\right)$$

Tenendo presente l'uguaglianza:

$$\frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi}{2h} (x+h) = 1$$

l'espressione della densità di corrente per effetto di una onda di tensione a gradino diventa:

$$\sigma(x, t) = \sigma_0 \left[1 - \frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \sin \frac{m\pi}{2h} (x+h) e^{-\frac{m^2 \pi^2}{4h^2} k t} \right]$$

Le componenti della $\sigma(x, t)$ nell'istante $t=0$ si identificano a meno del coefficiente $4/\pi$ con le curve della fig. 5 b) comprese fra $x=a/2$ e $x=a$.

L'espressione generale della intensità di corrente totale che attraversa la barra di larghezza b si ottiene facilmente:

$$(27) \quad i(t) = \int_0^h b \sigma(x, t) dx = \frac{\pi k b}{h^2} \int_0^h dx \sum_{m=1}^{\infty} m \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\frac{m^2 \pi^2}{4 h^2} k(t-\tau)} d\tau \sin \frac{m \pi}{2 h} (x+h) =$$

$$= \frac{2 k b}{h} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\frac{m^2 \pi^2}{4 h^2} k(t-\tau)} d\tau.$$

Nel caso in cui la tensione applicata sia del tipo unitario $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cdot \mathbf{1}(t)$ l'intensità di corrente diventa:

$$i(t) = \frac{8 b h}{\pi^2} \gamma \mathcal{E}_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \left(1 - e^{-\frac{m^2 \pi^2}{m^2 h^2} k t} \right).$$

Poichè è facile dimostrare che:

$$\frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} = 1$$

l'espressione precedente della $i(t)$ diventa:

$$i(t) = h b \gamma \mathcal{E}_0 \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} e^{-\frac{m^2 \pi^2}{m^2 h^2} k t} \right).$$

Analogamente ai casi precedentemente considerati si trova che l'entità della intensità di corrente in regime transitorio in un conduttore posto nella scanalatura rettangolare di un materiale magnetico può ottenersi supponendo il conduttore stesso formato da una infinità di conduttori fittizi aventi tutti la stessa induttanza

$L = \frac{h \mu}{2 b}$ e resistenza diversa pari a $\frac{\rho m^2 \pi^2}{8 h b}$, applicando

le leggi dei circuiti induttivi e sovrapponendo le singole correnti.

È opportuno far notare che in questa rappresentazione i conduttori fittizi, nei quali può pensarsi decomposto il conduttore reale in regime transitorio, hanno una induttanza proporzionale all'altezza della barra mentre la loro resistenza è inversamente proporzionale a tale altezza h .

Confrontando il rapporto fra la resistenza e l'induttanza dei conduttori fittizi in cui può pensarsi decomposto un conduttore cilindrico di raggio libero nello

spazio $\frac{R_i}{L} = \frac{\rho \xi_i^2}{\mu} = \frac{\rho \alpha_i^2}{\mu \gamma^2}$, ove α_i è la generica ra-

dice di $J_0(\alpha_i) = 0$, e lo stesso rapporto per la barra di lati a e b contenuta nella scanalatura di un nucleo ma-

gnetico $\frac{R_m}{L} = \frac{\rho m^2 \pi^2}{\mu h^2}$ si nota una stretta analogia che

può esprimersi nel seguente modo: il rapporto fra la resistenza e l'induttanza dei conduttori fittizi in cui può pensarsi decomposto un conduttore cilindrico è uguale a quello di una barra posta nella scanalatura di un materiale magnetico quando si sostituisca alla generica radice della funzione di Bessel di ordine zero il generico multiplo dispari di π e si assuma come raggio della sezione circolare l'altezza della barra contenuta nella scanalatura.

Nel caso di una barra di forma qualunque posta nella scanalatura di un mezzo ad elevata permeabilità l'espressione generale dell'intensità di corrente, dedotta nella Parte II e basata sull'ipotesi che la componente verticale del flusso sia trascurabile e la densità di corrente sia costante lungo una linea parallela al fondo della barra stessa, assume la forma seguente:

$$(28) \quad i(t) = \sum_{m=1}^{\infty} H_m \int_0^t \mathcal{E}(\tau) e^{-\frac{H_m}{G_m}(t-\tau)} d\tau$$

$$H_m = \int_0^h \pi \frac{m b(x)}{h^2 \mu} \sin \frac{m \pi}{2 h} (x+h) dx,$$

$$G_m = \int_0^h 4 \gamma \frac{b(x)}{m \pi} \sin \frac{m \pi}{2 h} (x+h) dx$$

e $b(x)$ è la larghezza della barra a quota x .

Nel caso di un'onda di tensione a gradino $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \mathbf{1}(t)$ l'espressione (28) diventa:

$$i(t) = \mathcal{E}_0 \sum_{m=1}^{\infty} G_m \left(1 - e^{-\frac{H_m}{G_m} t} \right).$$

Per $t \rightarrow \infty$ si ha:

$$(29) \quad i(t) = \frac{4 \gamma \mathcal{E}_0}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^h \frac{b(x)}{m} \sin \frac{m \pi}{2 h} (x+h) dx$$

L'espressione (28) completamente generale può applicarsi per barre di forma qualunque: barre triangolari, a forma trapezia, a forma esponenziale, sia del tipo continuo che discontinuo, quali le barre composte con cambiamenti bruschi della sezione ad L, a T ecc.

La semplicità dell'espressione si fa sentire in modo particolare nelle barre composte, ove i risultati che si ottengono, già in regime sinusoidale sono molto complessi involgendo le funzioni di Bessel del primo e del secondo genere a causa delle numerose condizioni ai limiti, tra cui quella che sulla superficie di discontinuità la densità di corrente sia la stessa per entrambe le parti della barra composta [2].

2) La soluzione della equazione differenziale (24) usando il normale calcolo operatorio porta alla seguente espressione operativa della densità di corrente:

$$(30) \quad \sigma(x, t) = \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta}}{b} \cdot \frac{e^{\sqrt{\gamma \mu \Delta} x} + e^{-\sqrt{\gamma \mu \Delta} x}}{e^{h \sqrt{\gamma \mu \Delta}} - e^{-h \sqrt{\gamma \mu \Delta}}} i(t) =$$

$$= \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta}}{b} \cdot \frac{\cos h \sqrt{\gamma \mu \Delta} \cdot x}{\sin h \sqrt{\gamma \mu \Delta} \cdot h} i(t).$$

Per $x = h$ la (x, t) assume il valore noto in superficie $\sigma_h(t) = \gamma \mathcal{E}(t)$, in funzione del quale è possibile esprimere la $i(t)$ e la $\sigma(x, t)$:

(2) Va notato che la (29) si presenta come uno strumento matematico per valutare numerosissimi sviluppi di serie trigonometriche appartenenti alla categoria delle funzioni di Jacobi. Infatti per $t \rightarrow \infty$ la i assume l'espressione $\mathcal{E}_0 \gamma A$ ove A è l'area della sezione della barra facilmente ricavabile e quindi la serie diventa uguale ad una quantità nota:

$$\frac{4}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^h \frac{b(x)}{m} \sin \frac{m \pi}{2 h} (x+h) dx = A = \int_0^h b(x) dx.$$

Dando a $b(x)$ diverse forme si ottengono altrettante serie trigonometriche delle quali risulta direttamente nota la loro somma.

$$(31) \quad i(t) = \frac{b}{\sqrt{\gamma \mu \Delta}} \operatorname{tg} h(\sqrt{\gamma \mu \Delta} \cdot h) \cdot \sigma_h(t)$$

$$(32) \quad \sigma(x, t) = \frac{\cos h \sqrt{\gamma \mu \Delta} x}{\cos h \sqrt{\gamma \mu \Delta} h} \sigma_h(t) = \frac{e^{\sqrt{\gamma \mu \Delta} x} + e^{-\sqrt{\gamma \mu \Delta} x}}{e^{\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} + e^{-\sqrt{\gamma \mu \Delta} h}} \sigma_h(t).$$

Sviluppando la quantità $\frac{1}{1 + e^{-2\sqrt{\gamma \mu \Delta} h}}$ in serie del MacLaurin l'espressione della $\sigma(x, t)$ prende la forma:

$$(33) \quad \sigma(x, t) = (e^{\sqrt{\gamma \mu \Delta} (x-h)} + e^{-\sqrt{\gamma \mu \Delta} (x+h)}) \cdot (1 - e^{-2\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} + e^{-4\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} - e^{-6\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} + \dots) \sigma_h(t) = (e^{-\sqrt{\gamma \mu \Delta} (h-x)} + e^{-\sqrt{\gamma \mu \Delta} (h+x)} - e^{-\sqrt{\gamma \mu \Delta} (3h-x)} + e^{-\sqrt{\gamma \mu \Delta} (3h+x)} + \dots) \sigma_h(t).$$

Nel caso in cui la $\sigma_h(t)$ sia una funzione unitaria $\sigma_0 \cdot 1(t)$, la valutazione dell'operatore espresso nella (33) dà per la densità di corrente:

$$(34) \quad \sigma(x, t) = \left(\operatorname{coerf} \sqrt{\frac{\gamma \mu}{t}} \frac{h-x}{2} + \operatorname{coerf} \sqrt{\frac{\gamma \mu}{t}} \frac{h+x}{2} - \operatorname{coerf} \sqrt{\frac{\gamma \mu}{t}} \frac{3h-x}{2} - \operatorname{coerf} \sqrt{\frac{\gamma \mu}{t}} \frac{3h+x}{2} + \operatorname{coerf} \sqrt{\frac{\gamma \mu}{t}} \frac{5h-x}{2} + \operatorname{coerf} \sqrt{\frac{\gamma \mu}{t}} \frac{5h+x}{2} - \dots \right) \sigma_0$$

$$\text{ove} \quad \operatorname{coerf} x = 1 - \operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-u^2} du = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x - \frac{x^3}{1!3} + \frac{x^5}{2!5} - \frac{x^7}{3!7} + \dots \right).$$

Quindi lo studio della distribuzione della densità di corrente in regime transitorio in una barra contenuta in una cava si riconduce ad analizzare un polinomio nelle funzioni di errore complementari.

Le famiglie di curve riportate nelle fig. 12 e 13 rappre-

$$(35) \quad i(t) = \frac{b}{\sqrt{\gamma \mu \Delta}} \operatorname{tg} h \sqrt{\gamma \mu \Delta} \cdot \sigma_h(t) = \frac{b}{\sqrt{\gamma \mu \Delta}} (1 - e^{-2\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} + e^{-4\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} - \dots) (1 - e^{-2\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} + e^{-4\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} - \dots) \sigma_h(t) = \frac{b}{\sqrt{\gamma \mu \Delta}} [1 - 2e^{-2\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} + 2e^{-4\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} - 2e^{-6\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} + \dots] \sigma_h(t) = \frac{b}{\sqrt{\gamma \mu \Delta}} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-2n\sqrt{\gamma \mu \Delta} h} \right] \sigma_h(t).$$

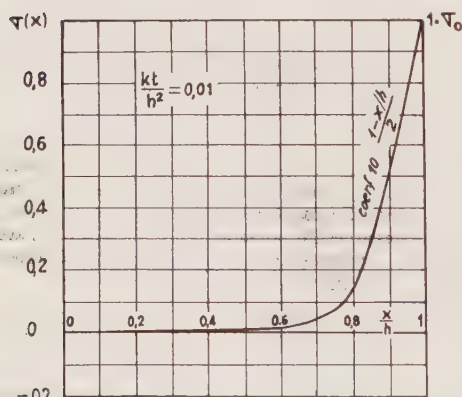


Fig. 12.

sentano in due istanti diversi la distribuzione lungo la profondità della cava delle varie componenti coerf della densità di corrente. Si nota che dopo un tempo t tale

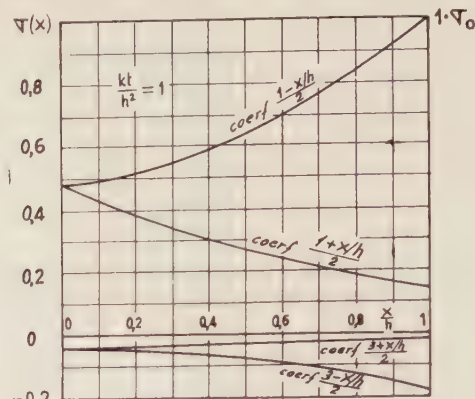


Fig. 13.

che $kt/h^2 = 0.01$ è apprezzabile il solo primo termine, mentre per $kt/h^2 = 1$ sono apprezzabili più termini i quali si ottengono spezzando la curva $\operatorname{coerf}(x)$, ripiegandola ed ogni due tronchi capovolgendola.

L'operatore $\frac{b}{\sqrt{\gamma \mu \Delta}} \operatorname{tg} h \sqrt{\gamma \mu \Delta}$ relativo all'espressione (31) dell'intensità di corrente essendo convergente

per $\Delta \rightarrow \infty$ è diffusivo e come tale avrà per generatrice $G(t)$ una funzione propria.

Adottando lo stesso sviluppo in serie del MacLaurin svolto per l'espressione della $\sigma(x, t)$ si ha per l'intensità di corrente $i(t)$:

Nel caso in cui la $\sigma_h(t)$ sia del tipo a gradino $\sigma_0 \cdot 1(t)$ e si tiene presente che:

$$(3) \quad \frac{e^{-\sqrt{a} \Delta}}{\sqrt{\Delta}} 1(t) = 2 \sqrt{\frac{t}{\pi}} e^{-\frac{a}{4t}} - \sqrt{a} \operatorname{coerf} \frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{t}}$$

l'espressione della intensità di corrente prende la forma:

$$(36) \quad i(t) = b \left[2 \sqrt{\frac{t}{\pi \gamma \mu}} - 2 \left(2 \sqrt{\frac{t}{\pi \gamma \mu}} e^{-\frac{h^2 \gamma \mu}{t}} - 2 h \operatorname{coerf} h \sqrt{\frac{\gamma \mu}{t}} \right) + \right. \\ \left. + 2 \left(2 \sqrt{\frac{t}{\pi \gamma \mu}} e^{-\frac{4 h^2 \gamma \mu}{t}} - 4 h \operatorname{coerf} 2 h \sqrt{\frac{\gamma \mu}{t}} \right) - \right. \\ \left. - 2 \left(2 \sqrt{\frac{t}{\pi \gamma \mu}} e^{-\frac{9 h^2 \gamma \mu}{t}} - 6 h \operatorname{coerf} 3 h \sqrt{\frac{\gamma \mu}{t}} \right) + \dots \right] \sigma_0.$$

d) Cava contenente una barra attiva ed una barra inerte, fig. 14.

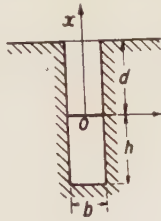


Fig. 14.

Il caso di una cava contenente una barra attiva ed una barra inerte, quest'ultima di larghezza tale da dare a regime un valore di reattanza corrispondente al valore desiderato e allo spunto una resistenza maggiore per effetto delle correnti parassite in essa indotte, si riconduce facilmente a quelli già trattati in quanto la distribuzione della densità di corrente sarà ancora regolata dalla (24) con la condizione ai limiti:

$$B = \mu \frac{I(t)}{b} \quad \text{sia per } x=0 \text{ e } x=d \quad (3)$$

ove $I(t)$ è la corrente totale della barra attiva.

È facile ottenere dal calcolo l'espressione operazionale della densità di corrente nella barra inerte:

$$(37) \quad \sigma(x, t) = \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta}}{b} \cdot \frac{\cos h x \sqrt{\gamma \mu \Delta} - \cos h (x-d) \sqrt{\gamma \mu \Delta}}{\operatorname{sen} h d \sqrt{\gamma \mu \Delta}} I(t).$$

La valutazione dell'operatore in esame quando l'intensità di corrente $I(t)$ sia del tipo a gradino $I_0 \cdot 1(t)$ può ottenersi facilmente a mezzo del teorema dello sviluppo di Heaviside:

$$(38) \quad \sigma(x, t) = 4 \frac{I_0}{b d} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\cos \frac{n \pi x}{d} - \cos \frac{n \pi (x-d)}{d} \right) e^{-\frac{n^2 \pi^2}{d^2} h t}$$

ove la sommatoria si intende estesa a tutti i numeri interi. Se si moltiplica per q l'espressione della densità di corrente (37) calcolata nel punto $x=d$ si ottiene metà della tensione indotta.

$$q \sigma(d, t) = \frac{E_i}{2}.$$

() Infatti nella barra inerte non essendovi applicata alcuna tensione la corrente totale in ogni istante dovrà essere nulla; ciò vuol dire che all'estremità inferiore della barra inerte e all'estremo superiore si dovrà avere lo stesso valore dell'induzione $B(t)$.

Il rapporto $E_i/I(t)$ ci dà l'impedenza dovuta alla presenza di tale barra:

$$z(1) = \frac{E_i}{I(t)} = \frac{2 q \sigma(d, t)}{I(t)} = \\ = \frac{2}{b} \sqrt{\frac{\mu \Delta}{\gamma}} (\coth d \sqrt{\gamma \mu \Delta} - \operatorname{cosech} d \sqrt{\gamma \mu \Delta})$$

e) Conduttore a sezione circolare circondato da un mezzo ad elevata permeabilità, fig. 15.



Fig. 15.

Viene ora esaminato il caso in cui un conduttore a sezione circolare sia completamente circondato da un nucleo di ferro ad esso perfettamente aderente.

Il problema è bidimensionale, involge cioè due coordinate (x, z) a causa della particolare posizione del conduttore completamente circondato dal ferro, in quanto è sulle estremità libere del conduttore che viene applicata la differenza di potenziale. Data la complessità del problema per effetto delle particolari condizioni ai limiti verrà esaminato un caso più semplice, relativo all'ipotesi di avere una distribuzione iniziale della densità di corrente nella sezione trasversale del conduttore.

La densità di corrente $\sigma(x, t)$ dovrà allora soddisfare alle equazioni (1) e (21) e alla condizione iniziale:

$$\sigma(x, 0) = \sigma(x).$$

In tal caso la soluzione che si ottiene, ricorrendo alla trasformata finita di Hankel definita nel sottoparagrafo b dell'Appendice e procedendo nel modo indicato nella Parte II, è la seguente:

$$(39) \quad \sigma(x, t) = \frac{2}{r^2} \sum \frac{H(\sigma) J_0(x \xi_i)}{[J_0(r \xi_i)]^2}$$

$$\text{ove} \quad H(\sigma) = \int_0^r x \sigma(x) J_0(x \xi_i) dx$$

e la sommatoria s'intende estesa a tutte le radici della equazione:

$$(40) \quad J_1(r \xi_i) = 0.$$

Le prime sei radici della equazione (40), ottenute eguagliando a zero la funzione di Bessel di ordine uno, sono rispettivamente:

$$0 - 3,8317 - 7,0156 - 10,1735 - 13,3237 - 16,4706$$

La (39) sulla superficie esterna del conduttore ha effettivamente nulla la derivata rispetto alla normale:

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)_{x=r} = \frac{2}{r} \cdot \frac{H(\sigma) J_1(r \xi_i)}{[J_0(r \xi_i)]^2}$$

se si tiene presente che le ξ_i sono le radici della (40).

Ciò corrisponde alla condizione che il vettore induzione \bar{B} sia normale sulla superficie del conduttore.

Si arriva alla stessa espressione della densità di corrente definita dalla (39) se si suppone di giungere alla distribuzione definita dalla $\sigma(x)$ all'istante $t=0$ applicando una tensione impulsiva unitaria del tipo $F_u(t)$,

$$\text{ove } \int_{-\infty}^{\infty} F_u(t) dt = 1.$$

6. - APPLICAZIONE DEL LEMMA DI GREEN.

La soluzione dell'equazione:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} = \gamma \mu \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

con le relative condizioni ai limiti ed iniziali può essere affrontata ricorrendo al Lemma di Green come è stato mostrato dal Prof. Graffi [4]. Con il Lemma di Green in forma simmetrica si giunge alla seguente espressione, da cui si deduce dalla Parte II:

$$\begin{aligned} (41) \quad \sigma(x, y, t) &= \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[\left(\frac{d}{dn} \frac{e^{-r\sqrt{\gamma\mu\Delta}}}{r} \right) \sigma - \frac{e^{-r\sqrt{\gamma\mu\Delta}}}{r} \frac{d\sigma}{dn} \right] \cdot dS = \\ &= - \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[\left(\frac{e^{-r\sqrt{\gamma\mu\Delta}}}{r^2} + \sqrt{\gamma\mu\Delta} \frac{e^{-r\sqrt{\gamma\mu\Delta}}}{r} \right) \frac{dr}{dn} \sigma + \frac{e^{-r\sqrt{\gamma\mu\Delta}}}{r} \cdot \frac{d\sigma}{dn} \right] dS \end{aligned}$$

ove la doppia integrazione si intende estesa alla superficie esterna S del conduttore e d/dn è la derivata fatta normalmente a detta superficie e diretta verso l'interno.

La valutazione delle due forme di operatori sotto il segno di integrale si effettua tenendo presenti le rispettive funzioni caratteristiche:

$$\begin{aligned} H_1(t) &= e^{-r\sqrt{\gamma\mu\Delta}} I(t) = \text{coerf} \sqrt{\frac{\gamma\mu}{4t}} \\ H_2(t) &= r\sqrt{\gamma\mu\Delta} e^{-r\sqrt{\gamma\mu\Delta}} I(t) = \\ &= \sqrt{\frac{\gamma\mu r^2}{\pi}} \frac{e^{-\frac{r^2\gamma\mu}{4t}}}{\sqrt{t}} \end{aligned}$$

La (41) può considerarsi come la forma più generale in regime variabile della distribuzione di corrente in un conduttore cilindrico di sezione trasversale comunque irregolare, in presenza o meno di materiali atti a deformare il naturale andamento delle linee di forza del campo di induzione da esso creato.

Anche per un conduttore di sezione qualunque, analogamente ai casi precedenti, si giunge al risultato che l'intensità di corrente in regime transitorio può ottenersi da una sommatoria $i = \sum i_n$, ove le singole i_n possono calcolarsi indipendentemente quali correnti in circuiti di date resistenze:

$$R_n = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\sigma_0}{C_n} \right)^2$$

e di date induttanze:

$$L_n = \frac{\mu}{\alpha_n} \left(\frac{\sigma_0}{C_n} \right)^2$$

ai quali venga applicata la stessa tensione applicata al conduttore $\mathcal{E}_0 I(t) = \sigma \gamma \cdot I(t)$.

Le quantità C_n sono definite dalla relazione:

$$(42) \quad C_n = \sigma_0 \int_S f_n ds$$

ove l'integrale di superficie si intende esteso a tutta la sezione trasversale e le f_n sono le autofunzioni normalizzate dall'equazione d'onda:

$$(43) \quad \nabla^2 f + \alpha f = 0.$$

Le quantità α_n che compaiono nell'espressione dell'induttanza sono appunto gli autovalori corrispondenti alle condizioni di contorno.

La dimostrazione generale del teorema $i = \sum i_n$ è riportata nella Parte II ed è stata suggerita dal Prof. Enrico Persico.

7. - FLUSSO DI POTENZA IN REGIME TRANSITORIO.

Prima di chiudere queste note relative all'effetto Skin in regime transitorio è opportuno mettere in evidenza che le equazioni di diffusione che regolano il fenomeno

della distribuzione della densità di corrente in un conduttore elettrico discendono dalla equazione più generale di propagazione di un'onda elettromagnetica in un mezzo isotropo:

$$(44) \quad \nabla^2 \varphi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \mu \gamma \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

ove φ è la funzione d'onda.

Infatti tutte le grandezze del campo elettromagnetico soddisfano a tale equazione ed in particolare la σ , inoltre trattandosi di un mezzo conduttore è lecito trascurare

il termine relativo alla corrente di spostamento $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}$

L'espressione della potenza che diffonde per unità di superficie nel conduttore si ottiene ricorrendo al vettore di Poynting:

$$(45) \quad \mathbf{P} = \bar{\mathbf{E}} \bar{\mathbf{H}} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{H}.$$

È questo il flusso di potenza associato con un'onda elettromagnetica perpendicolare ad entrambi $\bar{\mathbf{E}}$ ed $\bar{\mathbf{H}}$.

Esprimendo \mathbf{E} ed \mathbf{H} in funzione di $\sigma(x, t)$, di forma diversa per i vari casi seminati, si ottiene l'espressione transiente del vettore di Poynting. La divergenza del flusso di potenza:

$$(46) \quad \text{div } \mathbf{P} = \text{div } \mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = - \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{1}{2} \mu H^2 - \gamma \mathcal{E}^2$$

è costituito di due termini, entrambi ottenibili in funzione di $\sigma(t)$, i quali esprimono rispettivamente per unità di volume la variazione nel tempo dell'energia elettromagnetica e la perdita di potenza per effetto Joule.

In particolare la distribuzione delle perdite di potenza nell'unità di volume $\gamma \mathcal{E}^2 = \rho \sigma^2$ in un conduttore cilindrico a sezione circolare nei vari istanti susseguenti l'applicazione di un'onda di tensione di tipo unitario si otterrà a meno del fattore ρ quadrando le ordinate delle curve $\sigma(x)$ riportate in fig. 3. Analogamente l'energia elettromagnetica immagazzinata nell'unità di volume e nell'unità di tempo $Q = \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} \mu H^2$ in una barra a sezione rettangolare posta nella cava di un materiale ad alta permeabilità avrà la forma:

$$(47) \quad \frac{Q(x, t)}{\rho \sigma_0^2} = \frac{16}{\pi^2} \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \cos \frac{m\pi}{2h} (x+h) \cdot \left(1 - e^{-\frac{m^2 \pi^2}{4h^2} kt} \right) \right] \cdot \left[\sum_{m=1}^{\infty} \cos \frac{m\pi}{2h} (x+h) \cdot e^{-\frac{m^2 \pi^2}{4h^2} kt} \right]$$

In fig. 16 è riportata appunto la (47) cioè la distribuzione lungo la profondità della barra della potenza reattiva ceduta all'unità di volume. Queste curve corrispondenti a vari istanti successivi all'applicazione dell'onda di tensione unitaria partono normalmente alla superficie di applicazione dell'onda stessa in quanto la derivata di

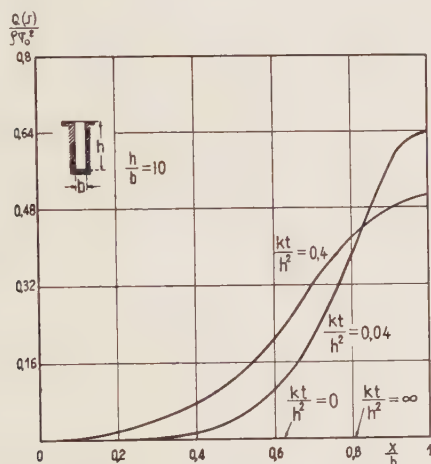


Fig. 16.

$Q(x, t)$ rispetto ad x per $x=h$ è sempre nulla; inoltre per $t \rightarrow 0$ cioè nei primissimi istanti il primo fattore del prodotto $\frac{Q(h, t)}{\rho \sigma_0^2}$ tende a zero mentre il secondo tende ad infinito. D'altra parte l'andamento del primo fattore rispecchia quello della funzione Theta $\vartheta_4(0)$ di Jacobi, mentre il secondo rispecchia l'andamento della funzione Theta terza $\vartheta_3(0)$ di Jacobi e poichè la $\vartheta_3(0)$ tende all'infinito molto più lentamente di quanto non tenda a zero la $\vartheta_4(0)$, come è possibile notare sia dai grafici delle funzioni thetanulle [5] sia dalle relative tabelle [6] ne discende che l'espressione (47) dell'energia elettromagnetica tende a zero per $t \rightarrow 0$.

8. - INTRODUZIONE ALLO STUDIO DELL'EFFETTO PROXIMITY IN REGIME TRANSITORIO.

Si prendano in esame due conduttori cilindrici A e B , paralleli non magnetici, e vengano assegnati due sistemi di coordinate correnti x, y, z e x', y', z' ad essi associati con gli assi z e z' paralleli alle generatrici dei cilindri

stessi fig. 17. Si indichino con ξ, η e ξ le coordinate di integrazione. L'espressione della densità di corrente, de-

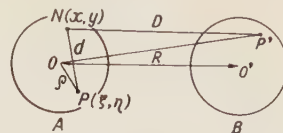


Fig. 17.

rivata dal Manneback [7] nell'ipotesi di trascurare la corrente nel dielettrico e opportunamente ritoccata, relativa al conduttore A ha la seguente forma:

$$(48) \quad \sigma(x, y, t) = \sigma_1 + \frac{\mu \gamma \Delta}{2\pi} \cdot \left[\int_A \lg \frac{d}{\rho} \sigma_A(\xi, \eta) dS(\xi, \eta) + \int_B \lg \frac{D}{R} \sigma_B(\xi, \eta) dS(\xi, \eta) \right]$$

con $\sigma_1 = \sigma(0, 0, t)$.

L'espressione della densità di corrente del conduttore B è analoga.

Nel caso in cui il conduttore B è così lontano da A che la sua distribuzione della densità di corrente non influisce su quella di A , esso può assimilarsi ad un conduttore sottile percorso dalla corrente I_B e l'espressione (48) assume allora la forma, fig. 18:

$$(49) \quad \sigma(x, y, t) = \sigma_1 + \frac{\mu \gamma \Delta}{2\pi} \cdot \left[\int_A \lg \frac{d}{\rho} \sigma_A(\xi, \eta) dS(\xi, \eta) + \lg \frac{D}{R} I_B \right]$$

Infine se il filo B è così lontano da non far risentire il suo effetto sulla distribuzione della densità di corrente in A , l'equazione (49) si semplifica ulteriormente:

$$(50) \quad \sigma(x, y, t) = \sigma_1 + \frac{\mu \gamma \Delta}{2\pi} \int_A \lg \frac{d}{\rho} \sigma(\xi, \eta) \cdot dS(\xi, \eta)$$

e rappresenta la distribuzione di corrente in un conduttore dovuta al solo effetto pelle.

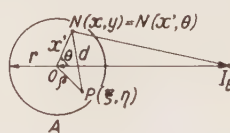


Fig. 18.

a) Effetto pelle in un conduttore cilindrico a sezione circolare.

La valutazione della (50), qualora si assuma un sistema di coordinate polari x, θ, z il cui asse z coincida con quello del cilindro e si adotti il procedimento svolto nella Parte II, deve avere nel caso di un'onda di tensione

di tipo unitario $\varrho \sigma_0 \mathbf{I}(t)$ la stessa espressione:

$$(51) \quad \sigma(t) = \frac{J_0\left(jx \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)}{J_0\left(jr \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)} \sigma_0 \mathbf{I}(t) =$$

$$= \frac{2}{r} \sum_i \frac{1}{\xi_i} \frac{J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} (1 - e^{-k \xi_i^2 t})$$

già trovata applicando il metodo delle trasformate di Hankel. Questo permette di concludere che la funzione caratteristica del Giorgi o la funzione originale dell'integrale di Carson corrispondente all'operatore

$$\frac{J_0\left(jx \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)}{J_0\left(jr \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)}$$

è:

$$(52) \quad \frac{2}{r} \sum_i \frac{1}{\xi_i} \frac{J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} (1 - e^{-k \xi_i^2 t}) =$$

$$= \frac{J_0\left(jx \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)}{J_0\left(jr \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)}$$

$$\sigma(x, \theta, t) = \sigma_0 \left(1 - \frac{2}{r} \sum_i \frac{1}{\xi_i} \frac{J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} e^{-k \xi_i^2 t} \right) \mathbf{I}(t) +$$

$$+ \frac{2}{\pi r^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_i \left(\frac{x}{R} \right)^n \frac{J_n(\eta_i x)}{\left[(n-1) \frac{J_{n-1}(\eta_i r)}{\eta_i r} - J_n(\eta_i \cdot r) \right]} \cdot e^{-k \eta_i^2 t} \cos \theta \cdot I_{E0}$$

la sommatoria essendo estesa a tutte le radici dell'equazione $J_0(\xi_i r) = 0$.

b) *Effetto proximity in un conduttore cilindrico a sezione circolare in presenza di un filo infinitesimale*, fig. 18.

Si adottino al solito le coordinate polari x, θ, z con l'asse z coincidente con quello del cilindro A e si indichi con R l'interasse dei due fili. La soluzione della (49) si ottiene considerando separatamente l'effetto « Skin », e l'effetto « Proximity » e sommando poi i risultati ottenuti.

L'espressione completa della densità di corrente a causa dell'effetto Proximity per un filo finito in presenza di un filo infinitesimo è pertanto:

$$(53) \quad \sigma(x, \theta, t) = \frac{J_0\left(jx \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)}{J_0\left(jr \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)} \sigma(t) +$$

$$+ \frac{1}{\pi r^2} j \sqrt{\frac{\Delta}{k}} r \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{R} \right)^n \frac{J_n\left(jx \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)}{J_{n-1}\left(jr \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)} \cos n \theta \cdot I_B(t).$$

c) *Effetto proximity in un conduttore cilindrico A a sezione circolare in presenza di un altro conduttore B percorso dalla corrente I_B , così lontano che si possa considerare il conduttore A posto in un campo magnetico uniforme ad esso perpendicolare di intensità $H = \frac{I_B}{2 \pi R}$* .

Il secondo termine dell'espressione (53) prende allora la forma:

$$(54) \quad \sigma''(x, \theta, t) =$$

$$= \frac{j}{\pi R} \sqrt{\frac{\Delta}{k}} \frac{J_1\left(jx \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)}{J_0\left(jr \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)} \cos \theta I_B(t) =$$

$$= - \frac{1}{\pi R} \sqrt{\frac{\Delta}{k}} \frac{I_1\left(x \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)}{I_0\left(r \sqrt{\frac{\Delta}{k}}\right)} \cos \theta I_B(t)$$

La valutazione della (53) e della (54) permette di risolvere nei casi più generali il problema della distribuzione della densità di corrente in un conduttore cilindrico a sezione circolare conseguente sia all'effetto pelle che all'effetto proximity di un altro conduttore.

Applicando agli operatori che compaiono nelle (53) e (54) il teorema dello sviluppo di Heaviside, nel caso in cui l'onda di tensione applicata al conduttore A sia di tipo a gradino $\sigma(t) = \sigma_0 \mathbf{I}(t)$ e la corrente che percorre il conduttore B sia anch'essa del tipo unitario $I_B = I_{E0} \mathbf{I}(t)$, si hanno rispettivamente per il caso b) e c) le seguenti espressioni della densità di corrente:

ove la prima sommatoria si intende estesa a tutte le radici dell'equazione $J_0(\xi_i r) = 0$ e la seconda doppia sommatoria estesa a tutte le radici dell'infinità di equazioni:

$$J_{n-1}(\eta_i r) = 0 \text{ con } n = 1, 2, \dots, \infty$$

e

$$\sigma(x, \theta, t) =$$

$$= \sigma_0 \left(1 - \frac{2}{r} \sum_i \frac{1}{\xi_i} \frac{J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} e^{-k \xi_i^2 t} \right) \mathbf{I}(t) -$$

$$- \frac{2}{\pi r R} \sum_i \frac{J_1(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} e^{-k \xi_i^2 t} \cdot \cos \theta I_{E0}$$

ove entrambe le sommatorie si intendono estese a tutte le radici dell'equazione trascendentale:

$$J_0(\xi_i r) = 0.$$

PARTE II

9. — DEDUZIONE DELLE FORMULE RISOLUTIVE.

Vengono ora riportati gli sviluppi analitici relativi ai vari tipi di equazioni differenziali incontrate nella Parte I.

1) *Effetto Kelvin in un conduttore cilindrico, a sezione circolare, libero nello spazio.*

Moltiplicando ambo i membri dell'equazione (1) per $x J_0(\xi_i x)$ ed integrando su tutto il raggio si ottiene:

$$(55) \quad \int_0^r x \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) J_0(\xi_i x) dx = \\ = \gamma \mu \Delta \int_0^r x \sigma(x) J_0(\xi_i x) dx$$

ove ξ_i è una radice dell'equazione:

$$J_0(\xi_i r) = 0$$

e Δ rappresenta il simbolo $\partial/\partial t$.

Se si tiene presente la proprietà (10) dell'Appendice la (55) è equivalente all'equazione:

$$(56) \quad k r \xi_i J_1(\xi_i r) \sigma(t) = k \xi_i^2 H(\sigma) + \\ + \Delta H(\sigma) \quad \text{con } k = \frac{1}{\gamma \mu}$$

ove $H(\sigma)$ è la trasformata di Hankel:

$$H(\sigma) = \int_0^r x \sigma(x) J_0(\xi_i x) dx$$

La (56) ha per soluzione:

$$H(\sigma) = \frac{1}{\Delta + k \xi_i^2} k r \xi_i J_1(\xi_i r) \sigma(t).$$

La valutazione dell'operazione $\frac{1}{\Delta + k \xi_i^2}$ è semplice e tenuto presente che lo « stato residuo » (così chiamato dal Giorgi) è nullo, in quanto come condizione iniziale la σ è nulla, si ha:

$$(57) \quad H(\sigma) = k r \xi_i J_1(\xi_i r) \int_0^t \sigma(\tau) e^{-k \xi_i^2 (t-\tau)} d\tau.$$

Il teorema di inversione delle trasformate di Hankel consente di trovare la distribuzione della densità di corrente nella sezione del conduttore:

$$(58) \quad \sigma(x, t) = \frac{2k}{r} \sum_i \xi_i \frac{J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} \int_0^t \sigma(\tau) e^{-k \xi_i^2 (t-\tau)} d\tau$$

la sommatoria intendendosi estesa a tutte le radici della equazione $J_0(\xi_i r) = 0$.

L'espressione generale della intensità di corrente in regime transitorio data dalla (6) suggerisce la seguente equazione differenziale:

$$i(t) = \sum_i \frac{4\pi k}{\Delta + k \xi_i^2} \sigma(t)$$

la valutazione della quale dà appunto la (6).

Cioè l'intensità di corrente in un conduttore cilindrico a sezione circolare in regime transitorio si può pensare come la sovrapposizione di una semplice infinità di correnti estesa a tutte le radici della (3).

La generica componente soddisfa alla seguente equazione differenziale:

$$\frac{di_i}{dt} + k \xi_i^2 i_i = 4\pi k \sigma(t)$$

od anche

$$\frac{\mu}{4\pi} \frac{di_i}{dt} + \varrho \frac{\xi_i^2}{4\pi} i_i = \mathcal{E}(t).$$

Posto $\varrho \xi_i/4\pi = R_i$ e $\mu/4\pi = L$ la precedente si può scrivere nella forma simbolica:

$$(59) \quad R_i i_i + L \frac{di_i}{dt} = \mathcal{E}(t) \quad \text{con } i = \sum_i i_i.$$

Le (59) esprimono appunto che il valore della corrente in regime transitorio in un conduttore cilindrico a sezione circolare può essere ottenuto, considerando il conduttore stesso formato da una infinità di conduttori affetti tutti dalla stessa induttanza L e resistenza diversa pari a R_i , applicando le regole dei circuiti in regime variabile e sommando le singole correnti.

2) *Effetto Kelvin in un conduttore rettilineo a sezione rettangolare libero nello spazio.*

Moltiplicando entrambi i membri dell'equazione (18) per $\sin \frac{m\pi x}{a}$ e $\sin \frac{n\pi y}{b}$ ed integrando rispetto ad x ed a y su tutto il rettangolo, si ha:

$$(60) \quad \int_0^a dx \int_0^b dy \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} \right) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dy = \\ = \mu \gamma \Delta \int_0^a dx \int_0^b dy \sigma \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dy.$$

Se si tiene presente la proprietà delle trasformate seno di Fourier riportata in appendice, eq. (15), la (60) è equivalente all'equazione:

$$(61) \quad 4k \sigma(t) \left[\frac{mb}{na} + \frac{na}{mb} \right] = \\ = k\pi^2 \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] F(\sigma) + \Delta F(\sigma)$$

ove $F(\sigma)$ è la trasformata doppia seno di Fourier ed m ed n possono assumere solo valori interi dispari.

La (61) ha per soluzione:

$$F(\sigma) = \frac{4 \left[\frac{mb}{na} + \frac{na}{mb} \right]}{\Delta + k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]} \sigma(t)$$

La valutazione di tale operatore tenendo presenti le condizioni iniziali dà:

$$F(\sigma) = 4k \left[\frac{mb}{na} + \frac{na}{mb} \right] \cdot \\ \cdot \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] (t-\tau)} d\tau.$$

Il teorema di inversione delle trasformate finite di Fourier applicato alla precedente permette di trovare la espressione della distribuzione delle densità di corrente:

$$(62) \quad \sigma(x, y, t) = \frac{16}{ab} k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{mb}{na} + \frac{na}{mb} \right] \cdot \\ \cdot \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] (t-\tau)} d\tau \cdot \\ \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

le sommatorie essendo estese a tutti i numeri interi dispari.

Procedendo analogamente al caso del conduttore cilindrico a sezione circolare si trova per l'intensità di corrente $i(t)$, eq. (12), la seguente equazione operativa:

$$i(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{64 \frac{k a b}{\pi^2} \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] \frac{1}{(m n)^2}}{1 + \pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right]} \sigma(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} i_{mn}$$

la valutazione della quale dà appunto la (12).

La generica componente soddisfatta all'equazione differenziale seguente:

$$\frac{d i_{mn}}{d t} + \pi^2 k \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] i_{mn} = 64 k \frac{a b}{\pi^2} \left[\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right] \frac{1}{(m n)^2} \sigma(t)$$

od anche

$$\frac{\rho \pi^2}{64 k a b \left[\frac{1}{a^2 n^2} + \frac{1}{b^2 m^2} \right]} \cdot \frac{d i_{mn}}{d t} + \frac{\rho \pi^4}{64 a b} (m n)^2 i_{mn} = \mathcal{E}(t).$$

Posto

$$R_{mn} = \frac{\rho \pi^4}{64 a b} (m n)^2 \text{ e } L_{mn} = \frac{\mu \pi^2}{64 \left[\frac{b}{a n^2} + \frac{a}{b m^2} \right]}$$

l'espressione precedente prende la forma simbolica:

$$R_{mn} i_{mn} + L_{mn} \frac{d i_{mn}}{d t} = \mathcal{E}(t) \quad \text{con } i = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} i_{mn}$$

Cioè l'andamento della corrente in un conduttore di sezione rettangolare di lati a e b in regime transitorio si ottiene molto semplicemente, considerando il conduttore medesimo formato da una doppia infinità di conduttori di resistenze ed induttanze fittizie definite come sopra, applicando le regole dei circuiti induttivi e sovrapponendo le singole correnti.

3) *Effetto Kelvin in un conduttore a sezione rettangolare contenuto nella scanalatura ricavata in un materiale ad elevata permeabilità.*

a) Moltiplicando ambo i membri dell'equazione (24) per $\sin \frac{m \pi x}{a}$ ed integrando rispetto ad x da 0 ad a , si ha:

$$\int_0^a \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} \sin \frac{m \pi x}{a} dx = \gamma \mu \Delta \int_0^a \sin \frac{m \pi x}{a} dx.$$

Tenendo presente la proprietà delle trasformate di Fourier richiamata nell'Appendice la precedente prende la forma:

$$(63) \quad 2 k \frac{m \pi}{a} \sigma(t) = k \frac{m^2 \pi^2}{a^2} F(\sigma) + \Delta F(\sigma)$$

con $k = 1/\gamma \mu$, ove $F(\sigma)$ è la trasformata finita seno di Fourier e $\sigma(t)$ la densità di corrente nota sulle due faccie $x=0$ e $x=a$ di un conduttore lameiforme.

Risolta la (63) rispetto a $F(\sigma)$ e fattane la valutazione si ottiene:

$$(64) \quad \sigma(x, t) = \frac{4 \pi k}{a^2} \sum_{m=1}^{\infty} m \int_0^t \sigma(t) e^{-\frac{m^2 \pi^2}{a^2} k(t-\tau)} \cdot d\tau \sin \frac{m \pi x}{a}$$

la sommatoria intendendosi estesa a tutti i numeri interi dispari.

Procedendo in maniera analoga ai casi precedentemente trattati si trova che l'intensità di corrente $i(t)$, eq. (27), di un conduttore contenuto nella scanalatura di un mezzo ad alta permeabilità soddisfa la seguente equazione operativa:

$$i(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 k \frac{b}{h}}{1 + k \frac{b}{4 h^2}} \sigma(t) = \sum_{m=1}^{\infty} i_m$$

la valutazione della quale dà appunto la (27).

La generica componente della $i(t)$ soddisfa alla seguente equazione differenziale:

$$\frac{d i_m}{d t} + k \frac{m^2 \pi^2}{4 h^2} i_m = 2 \frac{k b}{h} \sigma(t) = 2 \frac{b}{h \mu} \mathcal{E}(t)$$

od anche

$$\frac{h \mu}{2 b} \cdot \frac{d i_m}{d t} + \rho \frac{m^2 \pi^2}{8 h b} i_m = \mathcal{E}(t).$$

Ponendo

$$R_m = \rho \frac{m^2 \pi^2}{8 h b} \text{ ed } L_m = \frac{h \mu}{2 b}$$

la precedente prende la forma simbolica

$$(65) \quad L \frac{d i_m}{d t} + R_m i_m = \mathcal{E}(t) \quad \text{con } i(t) = \sum_{m=1}^{\infty} i_m.$$

Le equazioni (65) esprimono che l'andamento della corrente in regime transitorio in un conduttore posto nella cava rettangolare di un materiale ferromagnetico può ottenersi considerando il conduttore stesso formato da una infinità di conduttori fittizi aventi tutti la stessa induttanza $L = \frac{h \mu}{2 b}$ e resistenza diversa pari a $\rho \frac{m^2 \pi^2}{8 h b}$ applicando le leggi dei circuiti induttivi e sovrapponendo le singole correnti.

b) L'equazione differenziale (24) risolta con il procedimento normale del calcolo operatorio ammette la seguente soluzione generale:

$$\sigma(x, t) = e^{x \sqrt{\gamma \mu \Delta}} A(t) + e^{-x \sqrt{\gamma \mu \Delta}} C(t).$$

Questa dovendo soddisfare alla condizione $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)_{x=0} = 0$ dà:

$$A(t) = C(t)$$

Inoltre si dovrà avere, per $x=h$, $B = \mu \frac{i(t)}{b}$.

Derivando la σ rispetto ad x :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = (\sqrt{\gamma \mu \Delta} e^{x\sqrt{\gamma \mu \Delta}} - \sqrt{\gamma \mu \Delta} e^{-x\sqrt{\gamma \mu \Delta}}) \cdot A(t)$$

e tenendo presente che $\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \gamma \Delta B$ si ha:

$$A(t) = \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta}}{b} \cdot \frac{I}{e^{h\sqrt{\gamma \mu \Delta}} - e^{-h\sqrt{\gamma \mu \Delta}}} \cdot i(t).$$

Ne discende:

$$\sigma(x, t) = \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta}}{b} \cdot \frac{e^{x\sqrt{\gamma \mu \Delta}} + e^{-x\sqrt{\gamma \mu \Delta}}}{e^{h\sqrt{\gamma \mu \Delta}} - e^{-h\sqrt{\gamma \mu \Delta}}} i(t) =$$

$$(67) = \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta}}{b} \cdot \frac{\cosh \sqrt{\gamma \mu \Delta} x}{\sinh \sqrt{\gamma \mu \Delta} h} i(t).$$

A questa espressione della densità di corrente in regime transitorio si poteva giungere direttamente utilizzando il risultato fornito da Langsdorf, nel volume sopramenzionato, per il regime alternativo sinusoidale e sostituendo alla quantità $j\omega$ l'operatore Δ .

4) *Effetto Kelvin in una barra di forma qualunque posta nella cava di un nucleo ferromagnetico.*

Le espressioni che saranno dedotte si basano sulla ipotesi che la componente verticale del flusso sia trascurabile e la densità di corrente sia costante lungo una linea parallela al fondo della barra stessa, fig. 19.

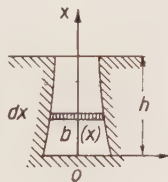


Fig. 19.

Partendo dall'espressione della intensità di corrente $i(x, t)$ di una barra rettangolare, eq. (27):

$$i(x, t) = \int_0^x b \sigma(x, t) dx = \frac{\pi k b}{h^2} \int_0^x dx \sum_{m=1}^{\infty} m \cdot$$

$$\cdot \sin \frac{m \pi}{2 h} (x + h) \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\frac{m \pi^2}{4 h^2} k (t - \tau)} d\tau$$

e differenziando rispetto ad x si ottiene:

$$(68) \quad di(x, t) = \frac{\pi k b}{h^2} \sum m \sin \frac{m \pi}{2 h} (x + h) \cdot$$

$$\cdot dx \frac{I}{\Delta + \frac{m^2 \pi^2 k}{\Delta h^2}} \sigma(t).$$

Ciò significa che prendendo in esame un elemento della sommatoria di_m , il contributo all'intensità di corrente di un elemento di barra dx a quota x è dato da una resistenza R in serie con una induttanza L ricavabili dalla relazione equivalente alla (68):

$$(69) \quad \Delta \frac{h^2 \mu di_m(x, t)}{\pi b m \sin \frac{m \pi}{2 h} (x + h) dx} +$$

$$+ \frac{m \pi di_m(x, t)}{4 \gamma b \sin \frac{m \pi}{2 h} (x + h) dx} = \varrho \sigma(t)$$

$$(70) \quad R = \frac{m \pi}{4 \gamma b \sin \frac{m \pi}{2 h} (x + h) dx} = \frac{I}{d G_m}$$

e

$$L = \frac{h^2 \mu}{\pi b m \sin \frac{m \pi}{2 h} (x + h) dx} = \frac{I}{d H_m}.$$

Quindi il valore $i_m = \int_0^h di_m$ della corrente che percorre il generico elemento m della sommatoria si otterrà applicando la tensione $\varrho \sigma(t)$ a quello formato da una conduttanza $G_m = \int_0^h d G_m$ in serie con una induttanza

$$L_m = \frac{I}{\int_0^h d H_m} = \frac{I}{H_m}.$$

$$G_m = \int_0^h 4 \gamma \frac{b(x)}{m \pi} \sin \frac{m \pi}{2 h} (x + h) dx = \frac{I}{R_m}$$

$$H_m = \int_0^h \pi \frac{m b(x)}{\mu h^2} \sin \frac{\pi \pi}{2 h} (x + h) dx = \frac{I}{L_m}$$

per cui la (69) diventa:

$$(71) \quad \frac{\Delta i_m}{H_m} + \frac{i_m}{G_m} = \mathcal{E}(t)$$

e quindi

$$(72) \quad i_m = \frac{I}{L_m} \int_0^t \mathcal{E}(\tau) e^{-\frac{R_m}{L_m}(t-\tau)} d\tau.$$

La possibilità di utilizzare la (29) quale strumento matematico per valutare la somma di numerosissime serie convergenti può essere chiarita con una semplice applicazione corrispondente a $b(x) = 2 \pi x$:

$$A = \pi h^2 = 8 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I}{m} \int_0^h x \sin \frac{m \pi}{2 h} (x + h) dx =$$

$$= 8 \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2 h^2}{m^2 \pi} - \frac{4 h^2}{m^3 \pi^2} (-1)^{\alpha} \right]$$

da cui

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{I}{m^3} (-1)^{\alpha} = \frac{\pi^3}{32} \text{ con } \alpha \text{ pari per } m = 1, 5, 9, 13, \dots$$

$$\text{con } \alpha \text{ dispari per } m = 3, 7, 11, 15, \dots$$

5) *Effetto Kelvin in una barra inerte contigua ad una barra attiva, entrambe poste nella cava di un nucleo magnetico.*

Con le notazioni in fig. 16 si ha:

$$(73) \quad \frac{1}{\gamma \Delta} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta} e^{x \sqrt{\gamma \mu \Delta}} A(t) - \sqrt{\gamma \mu \Delta} e^{-x \sqrt{\gamma \mu \Delta}} C(t)}{\gamma \Delta} = B(t)$$

e quindi:

$$(74) \quad \begin{cases} \sqrt{\frac{\mu}{\gamma \Delta}} A(t) - \sqrt{\frac{\mu}{\gamma \Delta}} C(t) = \mu \frac{I(t)}{b} \\ \sqrt{\frac{\mu}{\gamma \Delta}} e^{d \sqrt{\gamma \mu \Delta}} A(t) - \sqrt{\frac{\mu}{\gamma \Delta}} e^{-d \sqrt{\gamma \mu \Delta}} C(t) = \mu \frac{I}{b}(t) \end{cases}$$

Si ottengono dalle (74) le costanti di integrazione seguenti:

$$(75) \quad \begin{cases} C(t) = \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta}}{2b} \cdot \frac{(1 - e^{d \sqrt{\gamma \mu \Delta}})}{\sinh \sqrt{\gamma \mu \Delta} \cdot d} \cdot I(t) \\ A(t) = \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta}}{2b} \cdot \frac{(1 - e^{-d \sqrt{\gamma \mu \Delta}})}{\sinh \sqrt{\gamma \mu \Delta} \cdot d} \cdot I(t) \end{cases}$$

che sostituite nella (66) danno l'espressione della densità di corrente nella barra inerte:

$$(76) \quad \sigma(x, t) = \frac{\sqrt{\gamma \mu \Delta}}{b} \cdot \frac{\cosh x \sqrt{\gamma \mu \Delta} - \cosh (x - d) \sqrt{\gamma \mu \Delta}}{\sinh d \sqrt{\gamma \mu \Delta}} I(t).$$

6) Effetto Kelvin in un conduttore cilindrico tubolare.

Moltiplicando ambo i membri dell'equazione (1) per:

$$x [J_0(x \xi_i) \cdot Y_0(R \xi_i) - J_0(R \xi_i) \cdot Y_0(x \xi_i)]$$

ed integrando fra r e R si ha:

$$(77) \quad \int_r^R x \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \cdot [J_0(x \xi_i) Y_0(R \xi_i) - J_0(R \xi_i) Y_0(x \xi_i)] dx =$$

$$= \gamma \mu \Delta \int_r^R x \sigma [J_0(x \xi_i) Y_0(R \xi_i) - J_0(R \xi_i) Y_0(x \xi_i)] dx$$

ove ξ_i è una radice dell'equazione trascendentale:

$$(78) \quad J_0(\xi_i r) Y_0(R \xi_i) - J_0(R \xi_i) Y_0(r \xi_i) = 0$$

J_0 è la funzione di Bessel del primo genere di ordine zero e Y_0 è la funzione di Bessel del secondo genere di ordine zero.

Se si tiene presente la proprietà (21) dell'appendice l'equazione (77) è equivalente alla seguente:

$$(79) \quad k \frac{J_0(\xi_i R)}{J_0(\xi_i r)} \sigma(r) - k \sigma(R) = H_0(\sigma) [\Delta + k \xi_i^2] \quad \text{con } k = \frac{1}{\gamma \mu}$$

ove H_0 è la trasformata di Hankel:

$$H_0(\sigma) = \int_r^R x \sigma(x) [J_0(x \xi_i) Y_0(R \xi_i) - J_0(R \xi_i) Y_0(x \xi_i)] dx.$$

La (79) ha per soluzione:

$$H_0(\sigma) = \frac{k}{1 + k \xi_i^2} \left[\frac{J_0(\xi_i R)}{J_0(\xi_i r)} \sigma(r, t) - \sigma(t) \right].$$

La valutazione della quale dà:

$$H_0(\sigma) = \frac{k J_0(\xi_i R)}{J_0(\xi_i r)} \int_0^t \sigma(r, \tau) e^{-k \xi_i^2 (t - \tau)} d\tau - k \int_0^t \sigma(\tau) e^{-k \xi_i^2 (t - \tau)} d\tau.$$

Con il teorema di inversione si trova immediatamente la (19).

7) Effetto pelle in un conduttore cilindrico a sezione circolare.

L'espressione (50) qualora si assuma un sistema di coordinate polari x, θ, z , il cui asse coincide con l'asse del cilindro, diventa:

$$(80) \quad \sigma(x, t) = \sigma_1 + \frac{\gamma \mu \Delta}{2\pi} \int_0^r x dx \int_0^{2\pi} d\theta \lg \frac{d}{\varrho} \sigma(\xi, t).$$

La soluzione della (80) è la seguente:

$$(81) \quad \sigma(x, t) = \sigma_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2} \sqrt{\gamma \mu \Delta} \right)^{2n}}{(n!)^2} = J_0(jx \sqrt{\gamma \mu \Delta}) \sigma_1 \quad [8].$$

Il valore noto di σ sulla superficie, $\sigma(t)$, si ottiene ponendo nella (81) r al posto di x , il che permette di ricavare il valore incognito σ_1 al centro del conduttore:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma(t)}{J_0(jr \sqrt{\gamma \mu \Delta})}.$$

Pertanto si ottiene:

$$(82) \quad \sigma(x, t) = \frac{J_0(jx \sqrt{\gamma \mu \Delta})}{J_0(jr \sqrt{\gamma \mu \Delta})} \sigma(t).$$

8) Effetto proximity in un conduttore cilindrico a sezione circolare in presenza di un filo infinitesimale.

La soluzione della (49) si ottiene, come è stato già detto, considerando separatamente l'effetto skin e l'effetto proximity e sommando poi i risultati ottenuti. Tralasciando σ_1 , la presenza del quale porta all'espressione (82), la (49) diventa:

$$(83) \quad \sigma(x, \theta, t) = \frac{\gamma \mu \Delta}{2\pi} \int_A \frac{d}{\varrho} \sigma(\xi, \eta) dS + \lg \frac{D}{R} l_B.$$

Tenendo presente la seguente uguaglianza:

$$\lg \frac{D}{R} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x}{R} \right)^n \cos n\theta \quad [9]$$

si trova direttamente la soluzione della (83):

$$(84) \quad \sigma(x, \theta, t) = \frac{1}{\pi r^2} j \sqrt{\frac{\Delta}{k}} r \sum \left(\frac{x}{R} \right)^n \cdot \frac{J_n \left(j x \sqrt{\frac{\Delta}{k}} \right)}{J_{n-1} \left(j r \sqrt{\frac{\Delta}{k}} \right)} \cos n \theta I_B(t).$$

Di conseguenza l'espressione completa della σ a causa dell'effetto « Proximity » per un conduttore a sezione circolare in presenza di un filo infinitesimo è la seguente:

$$(85) \quad \sigma(x, \theta, t) = \frac{J_0 \left(j x \sqrt{\frac{\Delta}{k}} \right)}{J_0 \left(j r \sqrt{\frac{\Delta}{k}} \right)} \sigma(t) + \frac{1}{\pi r^2} j \sqrt{\frac{\Delta}{k}} r \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{R} \right)^n \cdot \frac{J_n \left(j x \sqrt{\frac{\Delta}{k}} \right)}{J_{n-1} \left(j r \sqrt{\frac{\Delta}{k}} \right)} \cos n \theta I_B(t).$$

La valutazione del secondo operatore contenuto nella (85) e di quello contenuto nella (54), nell'ipotesi di una corrente $I_B(t)$ del tipo a gradino, può ottenersi con il teorema dello sviluppo di Heaviside [10]:

$$(86) \quad \frac{M(\Delta)}{N(\Delta)} I(t) = \left[\frac{M(0)}{N(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{M(\alpha_i)}{\alpha_i N'(\alpha_i)} e^{\alpha_i t} \right] I(t)$$

ove $M(\Delta)$ e $N(\Delta)$ sono il numeratore ed il denominatore rispettivamente dell'operatore in esame e le α_i sono le radici della funzione al denominatore eguagliata a zero:

$$N(\Delta) = 0.$$

Applicando la (86) ai due casi precedenti si giunge alle espressioni della densità di corrente riportate nella Parte I: ciò è giustificato in quanto l'applicazione del teorema dello sviluppo di Heaviside all'operatore (52) porta appunto allo stesso risultato che si ottiene con il metodo delle trasformate di Hankel.

9) Lemma di Green.

L'equazione d'onda:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} = \gamma \mu \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

può essere posta sotto la forma classica:

$$\nabla^2 \sigma - k^2 \sigma = 0$$

se si indica con il laplaciano ∇^2 la quantità

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

con k^2 la quantità $\gamma \mu \Delta$ ove Δ è la $\partial/\partial t$.

Ammissa la validità dell'equazione d'onda in uno spazio racchiuso da una superficie S , della quale dS è un elemento differenziale, e preso un punto P ad essa interno si consideri la sfera di centro P e raggio ε interna ad S . Sia Σ la superficie di tale sfera, V lo spazio compreso fra le superfici Σ ed S , fig. 20, ed r la distanza di un generico punto da $P(x, y, z)$.

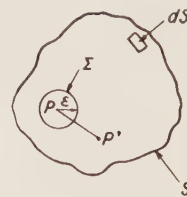


Fig. 20.

Per il lemma di Green in forma simmetrica (11) si ha:

$$(87) \quad \iiint_V \left(\frac{e^{-kr}}{r} \cdot \nabla^2 \sigma - \nabla^2 \frac{e^{-kr}}{r} \cdot \sigma \right) dx dy dz = \iint_S \frac{e^{-kr}}{r} \frac{d\sigma}{dn} - \frac{d}{dn} \left(\frac{e^{-kr}}{r} \right) \sigma dS - \iint_{\Sigma} \frac{e^{-kr}}{r} \frac{d\sigma}{dn} - \frac{d}{dn} \left(\frac{e^{-kr}}{r} \right) \sigma dS$$

ove d/dn indica la derivata fatta normalmente alle due superfici e diretta verso l'interno di V .

Si trova facilmente che:

$$\frac{e^{-kr}}{r} \nabla^2 \sigma - \nabla^2 \frac{e^{-kr}}{r} \cdot \sigma = \frac{e^{-kr}}{r} (\nabla^2 \sigma - k^2 \sigma) = 0 \quad (*)$$

e poichè passando al limite per $\varepsilon \rightarrow 0$ si ha:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \iint_{\Sigma} \frac{e^{-kr}}{r} \frac{d\sigma}{dn} - \frac{d}{dn} \left(\frac{e^{-kr}}{r} \right) \sigma dS = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{e^{-kr}}{r} \frac{d\sigma}{dn} - \left(k \frac{e^{-kr}}{r} + \frac{e^{-kr}}{r^2} \right) \frac{dr}{dn} \sigma \right) \cdot 4\pi r^2 = 4\pi \sigma$$

$$(*) \quad \nabla^2 \frac{e^{-kr}}{r} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{e^{-kr}}{r} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{e^{-kr}}{r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{e^{-kr}}{r} \text{ con}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

$$\text{Poichè } \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-kr}}{r} = \frac{-kr e^{-kr} - e^{-kr}}{r^2} \frac{\partial r}{\partial x}$$

$$\text{con } \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \text{ si ha:}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{e^{-kr}}{r} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} \frac{e^{-kr}}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial r} \frac{e^{-kr}}{r} \frac{\partial^2 r}{\partial x^2}.$$

Sommando le derivate seconde rispetto a x, y , e z e tenendo presente che:

$$\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} = \frac{2}{r}$$

si ha:

$$\nabla^2 \frac{e^{-kr}}{r} = k^2 \frac{e^{-kr}}{r}.$$

l'espressione (87) diventa:

$$(88) \quad \sigma(x, y, t) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \left(\frac{d}{dn} \frac{e^{-kr}}{r} \right) \sigma - \frac{e^{-kr}}{r} \frac{d\sigma}{dn} dS$$

nella quale la σ compresa sotto il segno di integrale moltiplicata per ϱ rappresenta la tensione applicata per unità di lunghezza uniformemente sul conduttore e come tale non dipendente dalla z .

Sostituendo a k il suo valore la (88) assume la forma:

$$(89) \quad \sigma(x, y, t) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \left[\left(\frac{d}{dn} \frac{e^{-r\sqrt{\gamma\mu\Delta}}}{r} \right) \sigma - \frac{e^{-r\sqrt{\gamma\mu\Delta}}}{r} \frac{d\sigma}{dn} \right] dS.$$

L'esame del comportamento dei mezzi conduttori in regime transiente, a partire dall'equazione di propagazione di un'onda elettromagnetica, può estendersi facilmente a quello dei mezzi dielettrici.

Trascurando infatti il termine della corrente di conduzione $\gamma\mu \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ rispetto a quello della corrente di spostamento si trova una nuova equazione differenziale che regola tutti i fenomeni di radiazione elettromagnetica nello spazio.

È possibile perciò con estrema facilità, qualora un mezzo dielettrico perfetto venga considerato interposto fra due superfici conduttrici, valutare la relativa espressione della intensità di corrente di spostamento in regime transiente.

10) *Dimostrazione generale del teorema* $i = \sum_n i_n$.

L'integrazione dell'equazione generale di propagazione della densità di corrente in un mezzo isotropo conduttore:

$$(90) \quad \nabla^2 \sigma = \gamma\mu \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

con le solite condizioni ai limiti: $\sigma = 0$ per $t = 0$, e $\sigma = \sigma_0$ $\Gamma(t)$ sul contorno e per $t > 0$, può essere affrontata con il metodo della separazione delle variabili.

Esprimendo la soluzione quale prodotto di due funzioni, una dipendente dalle sole coordinate spaziali $f(x, y)$ e l'altra dipendente solamente dal tempo $\Theta(t)$:

$$(91) \quad \sigma(x, y, t) = f(x, y) \Theta(t)$$

ed introdotta nella (90), si ottiene:

$$\frac{\nabla^2 f}{f} = \frac{\gamma\mu}{\Theta} \frac{d\Theta}{dt}.$$

Il membro di sinistra è una funzione delle sole coordinate x, y , quello di destra della sola variabile tempo; quindi il valore della quantità alla quale ciascun membro deve essere eguale sarà una costante.

Posta questa costante pari a $-\alpha$ la precedente si scinde nelle due equazioni:

$$(92) \quad \nabla^2 f + \alpha f = 0$$

$$(93) \quad \frac{d\Theta}{dt} = -\frac{\alpha \Theta}{\gamma\mu}.$$

La soluzione della seconda equazione è immediata e con le condizioni ai limiti si ha:

$$\Theta(t) = C \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{\gamma\mu} t} \right)$$

ove C è una costante.

L'equazione differenziale del secondo ordine ammette come soluzioni funzioni f_n che soddisfano alla condizione al contorno:

$$(f)_c = 0$$

solo per particolari valori degli autovalori α_n .

La soluzione più generale è perciò data dalla somma di queste autofunzioni normalizzate:

$$f = \sum_n f_n.$$

Pertanto l'espressione generale della σ che ne deriva è:

$$(94) \quad \sigma = \sum_n C_n f_n \left(1 - e^{-\frac{\alpha_n}{\gamma\mu} t} \right).$$

La seconda condizione ai limiti richiede che le C_n siano tali che:

$$\sigma_0 = \sum_n C_n f_n.$$

Moltiplicando il primo e il secondo membro di tale espressione per f_n e integrando su tutta la sezione si ha:

$$\sigma_0 \int_S f_n dS = C_n$$

in quanto le funzioni f_n soddisfano alla condizione di ortogonalità:

$$\int_S f_n f_m dS = 0 \quad \text{per } n \neq m$$

e sono normalizzate:

$$\int_S f_n \cdot f_n \cdot dS = 1.$$

L'espressione della intensità della corrente diventa:

$$i = \int_S \sigma dS = \sum_n \frac{C_n^2}{\sigma_0} \left(1 - e^{-\frac{\alpha_n}{\gamma\mu} t} \right) = \sum_n i_n$$

con

$$i_n = \frac{C_n^2}{\sigma_0} \left(1 - e^{-\frac{\alpha_n}{\gamma\mu} t} \right).$$

È questa l'espressione della corrente che percorre un circuito induttivo di resistenza:

$$(95) \quad R_n = \frac{1}{\gamma'} \left(\frac{\sigma_0}{C_n} \right)^2$$

$$(96) \quad L_n = \frac{\mu}{\alpha_n} \left(\frac{\sigma_0}{C_n} \right)^2$$

al quale è applicata una tensione $\mathcal{E}_0 \Gamma(t) = \frac{\sigma_0}{\gamma} \cdot \Gamma(t)$.

La presenza di mezzi di elevata permeabilità porta a modificare la condizione al contorno. Pertanto se il conduttore fosse appoggiato a un mezzo di permeabilità infinita, sul contorno a diretto contatto con tale mezzo si dovrà avere $\left(\frac{\partial f}{\partial n} \right)_c = 0$, ove $\frac{\partial}{\partial n}$ denota la derivata normale alla superficie.

APPENDICE

I. — FUNZIONI DI BESSEL OSCILLANTI.

Dato il largo impiego che si fa delle funzioni oscillanti di Bessel nelle trasformate di Hankel è opportuno richiamarle brevemente.

Si dicono funzioni oscillanti di Bessel di 1° genere quelle rappresentate dalla serie:

$$(1) \quad J_n(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2\nu}}{\nu! \Gamma(\nu+n+1)}$$

o a mezzo dell'integrale:

$$J_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(n\theta - x \sin \theta) d\theta.$$

Il carattere oscillante delle $J_n(x)$ è messo in evidenza dalle rappresentazioni grafiche delle figg. 21 e 22.

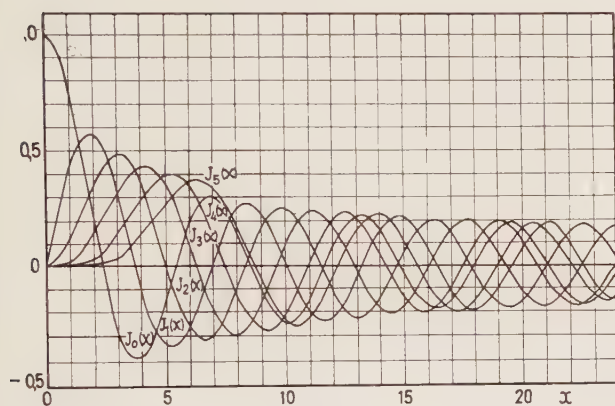


Fig. 21.

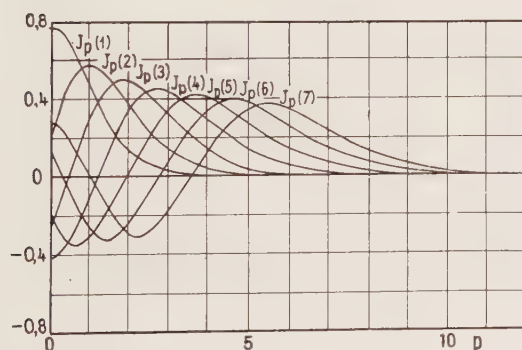


Fig. 22.

Tra le funzioni di Bessel di 1° genere esistono poi le seguenti relazioni di ricorrenza:

$$(2) \quad \begin{aligned} x J_n'(x) &= x J_{n-1} - n J_n(x) \\ x J_n'(x) &= n J_n(x) - x J_{n+1}(x) \\ \frac{d}{dx} [x^n J_n(x)] &= x^n J_{n-1}(x). \end{aligned}$$

Le quali possono anche esprimersi sotto forma di integrali definiti, ad es. dall'ultima equazione discende:

$$\int_0^r x^n J_{n-1}(x) dx = [x^n J_n(x)]_0^r = r^n J_n(r).$$

In particolare ponendo $x = \xi_i x$ ed $r = \xi_i r$ si ottiene l'integrale più volte utilizzato:

$$(3) \quad \int_0^r x J_0(\xi_i x) dx = \frac{r}{\xi_i} J_1(r \xi_i).$$

È interessante ricordare ancora l'equazione stabilita del Van der Pol per la funzione oscillante di Bessel di ordine zero:

$$\int_0^t J_0(t-u) J_0(u) du = \sin t.$$

2. — TEOREMI SULLE TRASFORMATE DI HANKEL.

a) Per una funzione $\sigma(x)$ che soddisfi alle condizioni di Dirichlet nell'intervallo $(0, r)$, la cui trasformata finita di Hankel venga definita nel seguente modo:

$$(4) \quad H(\sigma) = \int_0^r x \sigma(x) J_\mu(x \xi_i) dx$$

ove ξ_i è una radice dell'equazione trascendentale:

$$(5) \quad J_\mu(r \xi_i) = 0$$

in ogni punto dell'intervallo in cui la $\sigma(x)$ è continua vale l'identità:

$$(6) \quad \sigma(x) = \frac{2}{r^2} \sum_i H(\sigma) \frac{J_\mu(x \xi_i)}{[J'_\mu(r \xi_i)]^2}.$$

La sommatoria si intende estesa a tutte le radici dell'equazione (5). Un caso importante per le applicazioni è quello di $\mu=0$; tenendo presente la seconda delle (2) si ha:

$$(7) \quad \sigma(x) = \frac{2}{r^2} \sum_i H(\sigma) \frac{J_0(x \xi_i)}{[J_1(r \xi_i)]^2}$$

ove ora le ξ_i sono le radici dell'equazione $J_0(r \xi_i) = 0$.

Nella tabella seguente sono state riportate le prime nove radici delle funzioni di Bessel per μ compreso fra 0 e 3.

TABELLA II. — Tabella delle prime nove radici di: $J_n(x) = 0$.

n	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$
1	2,405	3,832	5,135	6,379
2	5,520	7,016	8,417	9,760
3	8,654	10,173	11,620	13,017
4	11,792	13,323	14,796	16,224
5	14,931	16,470	17,960	19,420
6	18,071	19,676	21,117	22,583
7	21,212	22,760	24,270	25,749
8	24,353	25,903	27,421	28,909
9	27,494	29,047	30,571	32,050

Questa tabella rende immediata la determinazione delle ξ_i della (5).

b) Per una funzione $\sigma(x)$ che soddisfi alle condizioni di Dirichlet nell'intervallo $(0, r)$, la cui trasformata finita di Hankel venga definita nel seguente modo:

$$H(\sigma) = \int_0^r x \sigma(x) J_0(x \xi_i) dx$$

ove ξ_i è una radice dell'equazione:

$$(8) \quad h J_0(\xi_i r) = \xi_i J_1(\xi_i r)$$

in ogni punto dell'intervallo in cui la $\sigma(x)$ è continua vale d'identità:

$$(9) \quad \sigma(x) = \frac{2}{r^2} \sum_i \frac{\xi_i^2 H(\sigma)}{h^2 + \xi_i^2} \cdot \frac{J_0(x \xi_i)}{[J_0(r \xi_i)]^2}.$$

La sommatoria si intende estesa a tutte le radici della (8), le prime sei della quale sono riportate nella tabella che segue, per diversi valori di $h r$.

TABELLA III. — Tabella delle prime sei radici di:
 $x J_1(x) - c J_0(x) = 0$.

$c = h r$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	0	3,8317	7,0156	10,1735	13,3237	16,4706
0,01	0,1412	3,8347	7,0170	10,1775	13,3244	16,4712
0,02	0,1995	3,8369	7,0184	10,1754	13,3252	16,4718
0,04	0,2814	3,8421	7,0213	10,1774	13,3267	16,4731
0,08	0,3960	3,8525	7,0270	10,1813	13,3297	16,4755
0,1	0,4417	3,8577	7,0298	10,1833	13,3312	16,4767
0,2	0,6170	3,8835	7,0440	10,1931	13,3387	16,4828
0,4	0,8516	3,9344	7,0723	10,2127	13,3587	16,4949
0,6	1,0184	3,9841	7,1004	10,2322	13,3686	16,5070
0,8	1,1490	4,0325	7,1282	10,2616	13,3835	16,5191
1	1,2558	4,0795	7,1558	10,2710	13,3984	16,5312
2	1,5994	4,2910	7,2884	10,3658	13,4719	16,5910
4	1,9081	4,6018	7,5201	10,5423	13,6125	16,7073
6	2,0490	4,8033	7,7039	10,6964	13,7414	16,8168
8	2,1286	4,9384	7,8464	10,8271	13,8566	16,9179
10	2,1795	5,0332	7,9569	10,9363	13,9580	17,0099
20	2,2880	5,2568	8,2534	11,2627	14,2983	17,3442
40	2,3456	5,3846	8,4432	11,5081	14,5774	17,6508
60	2,3651	5,4291	8,5116	11,5990	14,6889	17,7807
80	2,3750	5,4516	8,5466	11,6461	14,7475	17,8502
100	2,3809	5,4652	8,5678	11,6747	14,7834	17,8931
∞	2,4048	5,5201	8,6537	11,7915	14,9309	17,0711

3. — PROPRIETÀ DELLE TRASFORMATE DI HANKEL.

a) Nel caso in cui le ξ_i siano le radici della (5) per $\mu = 0$, impiegando le relazioni di ricorrenza già viste per le funzioni di Bessel si ottiene un risultato di notevole importanza:

$$(10) \quad H\left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \sigma}{\partial x}\right) = r \xi_i \sigma(r) \cdot J_1(r \xi_i) - \xi_i^2 H(\sigma).$$

$$(15) \quad \int_0^a dx \int_0^b \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} \right) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} dy = 4 \sigma(t) \left[\frac{m b}{n a} + \frac{n a}{m b} \right] - \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) F(\sigma).$$

Dalla (3) si deduce inoltre che la trasformata di Hankel di una costante c è:

$$H(c) = \frac{r c}{\xi_i} J_1(r \xi_i).$$

Ne derivano le seguenti eguaglianze:

$$(11) \quad \frac{2}{r} \sum_i \frac{1}{\xi_i} \frac{J_0(\xi_i x)}{J_1(\xi_i r)} = 1$$

$$(12) \quad \sum_i \frac{1}{\xi_i^2} = \frac{r^2}{4}$$

ove le ξ_i sono sempre le radici di $J_0(\xi_i r) = 0$.

b) Se le ξ_i sono le radici dell'equazione (8) si trova

analogamente al caso precedente:

$$(13) \quad H\left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \sigma}{\partial x}\right) = r J_0(r \xi_i) \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} + h \sigma \right)_{x=r} - \xi_i^2 H(\sigma).$$

4. — TEOREMI SULLE TRASFORMATE DOPPIE DI FOURIER.

Per una funzione $\sigma(x, y)$ di due variabili che soddisfi alle condizioni di Dirichlet nel rettangolo $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, la cui trasformata seno sia definita nel seguente modo:

$$F(\sigma) = \int_0^a dx \int_0^b \sigma(x, y) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} dy$$

vale in ogni punto in cui è continua l'identità:

$$(14) \quad \sigma(x, y) = \frac{4}{a b} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F(\sigma) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b}$$

In particolare le trasformate seno delle derivate seconde di una funzione soddisfano alle seguenti equazioni:

$$\int_0^a \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} \sin \frac{m \pi x}{a} dx = \frac{m \pi}{a} \sigma(1 + (-1)^{m+1}) - \frac{m^2 \pi^2}{a} \int_0^a \sigma(x, y) \sin \frac{m \pi x}{a} dx$$

ove σ è il valore della funzione al contorno,

$$\int_0^a dx \int_0^b \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} dy =$$

$$= \frac{m b}{n a} [1 + (-1)^{m+1}] [1 - (-1)^{n+1}] \sigma - \frac{m^2 \pi^2}{a^2} F(\sigma).$$

Un risultato simile si trova per le trasformate seno della derivata parziale $\partial^2 \sigma / \partial y^2$. Sommando entrambi i risultati si ha:

La trasformata seno di Fourier di una costante c è:

$$F(c) = 4 \frac{a \cdot b \cdot c}{\pi^2 m n} \text{ con } m \text{ ed } n \text{ interi dispari.}$$

La trasformata inversa porta al seguente risultato:

$$(16) \quad \frac{16}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{m n} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} = 1.$$

5. — FUNZIONI DI BESSEL DEL II GENERE O FUNZIONI DI NEUMANN.

La funzione di Bessel del secondo genere di ordine

n è espressa dalla relazione:

$$(17) \quad Y_n(x) = \frac{\cos n \pi J_n(x) - J_{-n}(x)}{\sin n \pi} = \frac{i}{2} \left[H_n^{(2)}(x) - H_n^{(1)}(x) \right].$$

Essa ha perciò in comune con la funzione J_n la proprietà di essere reale per x reale positivo e tende a zero per x tendente all'∞. Le funzioni $H_n^{(1)}(x)$ e $H_n^{(2)}(x)$ sono le funzioni di Hankel.

6. — TEOREMA SULLE TRASFORMATE DI HANKEL.

Se una funzione soddisfa alle condizioni di Dirichlet nell'intervallo $r \in R$ e la sua trasformata finita di Hankel è definita nel seguente modo:

$$(18) \quad H(\sigma) = \int_r^R x \sigma(x) [J_\mu(x \xi_i) Y_\mu(R \xi_i) - J_\mu(R \xi_i) Y_\mu(x \xi_i)] dx$$

ove ξ_i è una radice dell'equazione trascendentale:

$$(19) \quad J_\mu(\xi_i r) Y_\mu(\xi_i R) - J_\mu(\xi_i R) Y_\mu(\xi_i r) = 0$$

in ogni punto interno all'intervallo $r \in R$ ove la funzione $\sigma(x)$ è continua vale l'eguaglianza:

$$(20) \quad \sigma(x) = \Sigma \frac{2 \xi_i^2 J_\mu^2(\xi_i r) H(\sigma)}{J_\mu^2(R \xi_i) - J_\mu^2(r \xi_i)} \cdot [J_\mu(x \xi_i) Y_\mu(R \xi_i) - J_\mu(R \xi_i) Y_\mu(x \xi_i)].$$

La sommatoria si intende estesa a tutte le radici dell'equazione (19).

Le prime sei radici dell'equazione (19) sono riportate nella tabella seguente per quattro valori del rapporto $k = R/r$.

Analogamente a quanto visto per le altre trasformate di Hankel si può dimostrare che:

TABELLA IV. — Tabella delle prime sei radici della (19).

$k \dots$	1,2	1,5	2	∞
$(R-r) x_1 \dots$	3,1403	3,1351	3,1228	2,4048
$(R-r) x_2 \dots$	6,2825	6,2799	6,2734	5,5201
$(R-r) x_3 \dots$	9,4243	9,4226	9,4182	8,6537
$(R-r) x_4 \dots$	12,5660	12,5647	12,5614	11,7915
$(R-r) x_5 \dots$	15,7077	15,7066	15,7040	14,9309
$(R-r) x_6 \dots$	18,8493	18,8485	18,8462	18,0711

$$H \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{\mu^2}{x^2} \right) = \frac{J_\mu(\xi_i R)}{J_\mu(\xi_i r)} \sigma(r) - \sigma(R) - \xi_i^2 H(\sigma)$$

ove $\sigma(r)$ e $\sigma(R)$ sono i valori delle funzioni σ ai limiti.

Un particolare ringraziamento viene rivolto al prof. Arnaldo M. Angelini per gli utili consigli forniti e per il Suo vivo interessamento a questo lavoro, e al prof. Persico per aver letto il manoscritto e suggerito lo schema di dimostrazione generale del teorema $i = \Sigma i_n$.

Manoscritto pervenuto il 9 novembre 1960.

BIBLIOGRAFIA

- [1] ALEXANDER LANGZDORF: *Theory of alternating current machinery*.
- [2] LIWSCHITZ-GARIK: *Skin effect of squirrel cage rotors*. - «Transaction A.I.E.E.», 1954, pag. 255.
- [3] LACHLAN, HUMBERT e POLI: *Formulaire pour le Calcul Symbolique*.
- [4] GRAFF: *Dimostrazione delle formule dei potenziali ritardati col metodo degli operatori funzionali*. - «Atti della R. Accademia dei Lincei», 1927.
- [5] TRICOMI: *Funzioni ellittiche*, fig. 32.
- [6] JANKE-EMDE: *Funktionentafeln*, pag. 45.
- [7] MANNEBACK: *On integral equation for skin effect in parallel conductors*. - «Journal of Mathematics and Physics», aprile 1922.
- [8] COURSAT: *Cours d'analyse mathematic*. Vol. 3.
- [9] TRICOMI: *Funzioni ellittiche*, pag. 143.
- [10] A. M. ANGELINI: *Calcolo operatorio e studio dei circuiti elettrici in regime transitorio*. - «L'Elettrotecnica», aprile 1935, pag. 247.
- [11] HUND: *Short wave radiation phenomena*.

LE REATTANZE DISPERSIVE DEL TRASFORMATORE A TRE AVVOLGIMENTI

UGO RÖSCH (*)

Prendendo lo spunto da determinate definizioni che, concettualmente, possono essere considerate la estrapolazione di quanto ormai universalmente accettato per stabilire quantitativamente la dispersione magnetica degli avvolgimenti di un comune trasformatore a due avvolgimenti, si fa il tentativo di chiarire dal punto di vista fisico il significato di quelle grandezze induttive che, nel funzionamento a carico utile o in corto circuito di un trasformatore a tre avvolgimenti, intervengono a limitare le correnti in gioco e che comunemente vengono riguardate come reattanze dispersive dei singoli avvolgimenti. Si mette in evidenza che esse possono essere ritenute tali per scopi tecnici solo per circuiti induttivi dotati di un'ossatura di ferro; in mancanza di questa, la loro adozione conduce a gravi errori di valutazione numerica oltre che di ordine concettuale.

PREMESSA.

Sebbene il problema della dispersione magnetica tra due o più circuiti elettrici di natura essenzialmente induttiva, tra loro accoppiati dai campi magnetici generati dalle correnti in essi fluenti, abbia impegnato durante l'ultimo sessantennio gli sforzi dei più quotati esponenti della elettrotecnica teorica e applicata di questo lungo periodo, non si può obiettivamente affermare che esso, a tutt'oggi, abbia ottenuto una soluzione unica che soddisfi appieno contemporaneamente e lo studioso di questioni scientifiche ed il tecnico delle realizzazioni pratiche.

Neppure per il caso particolarmente semplice di un trasformatore a due soli avvolgimenti tubolari concentrici di dimensioni finite, nonostante i diversi concetti introdotti ed i preziosi contributi apportati con i loro studi basilari da Rogowski, Hallo, Kloos, Fleischmann, e soprattutto da Hemmeter, o forse anche proprio a causa di ciò, regna unanimità di vedute per la interpretazione del fenomeno e per la formulazione quantitativa dello stesso.

Ed infatti, sia che ci si avvalga della rappresentazione grafica del campo magnetico, che invade tutto lo spazio esterno ed interno a tutti gli avvolgimenti, con l'ausilio delle cosiddette linee di forza per determinare il flusso concatenato con ogni circuito, sia che si ricorra ai procedimenti algebrici della fisica pura che adotta i coefficienti della autoinduzione e della mutua induzione per stabilire le tensioni indotte, si arriva a risultati non in tutti i casi concordanti. Le discrepanze risiedono nella natura stessa del fenomeno ed in primo luogo nella impostazione del problema relativamente alla definizione della dispersione magnetica dei singoli circuiti che il tecnico vuol dare. Perché in effetti per la fisica, tali difficoltà non sussistono, in quanto essa considera il campo magnetico nel suo complesso, che poi è ciò che realmente esiste, creato contemporaneamente dalle correnti che percorrono tutti gli avvolgimenti presenti, e si serve, per la sua determinazione, per il caso di circuiti lineari, della sovrapposizione di campi magnetici parziali, con l'introduzione del con-

cetto dei coefficienti della autoinduzione di un circuito e della mutua induzione tra circuiti materialmente distinti.

D'altra parte si può giustamente sollevare l'obiezione se per lo studio dei campi magnetici connessi con i circuiti in questione sia necessaria l'introduzione del concetto della dispersione magnetica, di cui originariamente non si faceva uso, e, quindi, quali possono essere le ragioni che inducono a crearsi artatamente le difficoltà concettuali, che qui, per evidenti ragioni di spazio, non si possono neppure sfiorare, ma solo enunciare, se si pensa che la teoria, in pieno rigore, mette a disposizione le ben note equazioni maxwelliane della elettrodinamica classica, le quali non conoscono alcuna restrizione di applicazione. Le ragioni sono di ordine eminentemente pratico. È, infatti, a tutti noto quale enorme corredo di cognizioni matematiche richieda la risoluzione di problemi relativi a campi magnetici impostata sulla base delle equazioni di Maxwell: anche i casi più semplici diventano talmente laboriosi, che per il tecnico si rende addirittura necessario, ai fini della semplificazione dei calcoli, che egli deve affrontare per il proporzionamento delle macchine, delle apparecchiature, ecc. da lui ideate, studiare una scappatoia, anche se in tal modo corre il rischio di generare qualche confusione di idee. Ed in effetti questo rischio sorge non appena il tecnico si accinge a scindere il campo magnetico globale, quello cioè fisicamente da solo esistente, in componenti per lui di più immediata utilizzazione e di più facile dominio, introducendo il concetto dei campi *dispersivi* dei singoli avvolgimenti e del campo magnetico comune a tutti gli avvolgimenti, per poter operare con grandezze più maneggevoli anche in casi complessi, quale può essere ad esempio quello del trasformatore a tre avvolgimenti. Ed infatti particolarmente nella trattazione di problemi concernenti la determinazione della caduta di tensioni nel funzionamento di un trasformatore a tre avvolgimenti galvanicamente separati, oppure di un trasformatore a due avvolgimenti in cui un avvolgimento è costituito dalla messa in serie o in parallelo di avvolgimenti parziali situati su una stessa colonna (come nel caso di avvolgimenti con regolazione sotto carico della tensione) o di colonne distinte (come per trasformatori da raddrizzatori, trasformatori a zigzag, ecc.) viene molto utile, dal punto di vista della semplicità dei calcoli, far riferimento al concetto delle reattanze *dispersive* di ogni singolo avvolgimento definito numericamente per primo dal Brüderlink. Secondo lo studio del Brüderlink, riportato succintamente dal Richter nel volume III, *Die Transformatoren*, della sua opera sulle macchine elettriche, con la condizione, in genere, specialmente a carico elevato e quindi in primo luogo in corto circuito, soddisfatta, di poter trascurare le componenti delle correnti necessarie alla magnetizzazione del circuito magnetico in ferro, si attribuisce ad ognuno dei tre avvolgimenti 1, 2, 3 di un trasformatore a tre avvolgimenti una reattanza *dispersiva* che tiene conto degli effetti mutuo-induttivi delle correnti circolanti in tutti gli avvolgimenti per definire il comportamento dispersivo globale dello stesso.

(*) Dr. ing. Ugo Rösch, della Siemens Elettra S.p.A., Milano.

Riferite all'avvolgimento 1, ad esempio, queste reattanze, che potremmo chiamare efficaci, hanno la forma seguente:

$$(1) \quad \begin{cases} X_{d1} = \frac{X_{d12,1} + X_{d13,1} - X_{d23,1}}{2} \\ X_{d2,1} = \frac{X_{d12,1} + X_{d23,1} - X_{d13,1}}{2} \\ X_{d3,1} = \frac{X_{d13,1} + X_{d23,1} - X_{d12,1}}{2} \end{cases}$$

in cui

$$X_{d12,1}, X_{d13,1}, X_{d23,1}$$

rappresentano le tre reattanze dispersive binarie, riportate all'avvolgimento 1, tra le tre coppie di avvolgimento 1-2, 1-3 e 2-3, calcolate o misurate immaginando il relativo terzo avvolgimento inattivo o inesistente.

Sommando le relazioni (1) a due a due, si ottiene:

$$(2) \quad \begin{cases} X_{d1} + X_{d2,1} = X_{d12,1} \\ X_{d1} + X_{d3,1} = X_{d13,1} \\ X_{d2,1} + X_{d3,1} = X_{d23,1} \end{cases}$$

Questi risultati ci dicono che nel funzionamento di un trasformatore a tre avvolgimenti la reattanza dispersiva totale tra due avvolgimenti qualsiasi è esattamente eguale a quella di un trasformatore equivalente a due avvolgimenti, cioè a quella che si avrebbe se il terzo avvolgimento non fosse presente. Inoltre, la reattanza di uno dei tre avvolgimenti, secondo le posizioni (1), e precisamente quella relativa all'avvolgimento disposto spazialmente tra gli altri due, è, in genere, molto piccola rispetto a quella degli altri due avvolgimenti e, in particolari condizioni, può risultare addirittura negativa. Ciò significa che in tali casi gli altri due avvolgimenti, disposto l'uno internamente nelle immediate vicinanze della colonna e l'altro esternamente verso il cassone, devono assumere un valore della reattanza singola maggiore di quello che compete alla reattanza globale tra ognuno di questi due avvolgimenti ed il terzo avvolgimento intermedio ad essi. In altre parole, la sola presenza di un terzo avvolgimento su una colonna, qualora esso, come pure gli altri due, sia percorso da corrente, agli effetti dispersivi rispetto al funzionamento a due avvolgimenti, non fa altro che variare il contributo fornito singolarmente da ognuno di questi due avvolgimenti, senza modificare minimamente la reattanza dispersiva totale della coppia. Questo risultato, anche se non proprio quantitativamente, potrebbe essere ancora spiegato, almeno intuitivamente, tenendo presente che il campo magnetico generato dalla corrente nel terzo avvolgimento influenza in ogni caso il comportamento dispersivo degli altri due, determinando condizioni differenti da quelle che questi due avvolgimenti, singolarmente, manifestano nel caso di funzionamento a vuoto di questo terzo avvolgimento; pertanto non si può escludere a priori che l'entità di questa influenza si estrinsechi in modo da dover attribuire agli avvolgimenti le reattanze indicate dalle relazioni (1).

Ma ciò che sorprende è la conclusione a cui si arriva con la seguente considerazione. Si immagini un carico contemporaneo dei tre avvolgimenti con valori delle correnti che comportino l'assoluto equilibrio magnetico delle amperspire di tutti gli avvolgimenti. Si varino ora gradualmente, con un artificio qualsiasi, le correnti nei tre avvolgimenti in modo tale che, senza alterare l'equilibrio delle amperspire dei tre avvolgimenti, la corrente in uno di essi, ad esempio in quello disposto topograficamente esternamente agli altri due, si avvicini con continuità e lo raggiunga il valore nullo corrispondente

al funzionamento a vuoto. Fino a quando la corrente in questo avvolgimento esterno, per quanto piccola possa essere diventata, non è ancora nulla, si ha sempre a che fare con un funzionamento a tre avvolgimenti del trasformatore, per cui agli altri due avvolgimenti, in particolare, competono i valori delle reattanze dispersive prescritti dalle relazioni (1), potendo essere la reattanza dell'avvolgimento intermedio, per particolari valori delle dimensioni, specialmente radiali, di tutti e tre gli avvolgimenti, anche negativa.

Passando ora, anche con continuità, dal valore prossimo a zero al caso limite di un valore esattamente eguale a zero della corrente in questione, con che il trasformatore, agli effetti delle dispersioni magnetiche, equivale ad un trasformatore a due avvolgimenti, le reattanze dispersive dei due soli avvolgimenti rimasti in esercizio dovrebbero modificare bruscamente il loro valore, passando dai valori (1) a quelli relativi ai singoli avvolgimenti di un trasformatore a due avvolgimenti, che, come è noto, sono totalmente diversi dai valori (1). In particolare, la reattanza dell'avvolgimento intermedio di valore eventualmente negativo nel funzionamento a tre avvolgimenti, dovrebbe saltare ad un valore positivo, quale compete all'avvolgimento esterno di un trasformatore a due avvolgimenti.

Esattamente il contrario dovrebbe avvenire se, partendo da un funzionamento a due avvolgimenti e quindi da un valore nullo della corrente nell'avvolgimento esterno, questa, sempre senza modificare l'equilibrio totale delle amperspire, venisse variata con continuità dal valore nullo ad un valore finito qualsiasi; anche in questo caso si avrebbe quindi un mutamento repentino dei valori delle reattanze dispersive nel passaggio dal funzionamento del trasformatore a due avvolgimenti a quello a tre avvolgimenti.

Questi risultati lasciano veramente perplessi. È questa una perplessità che potrebbe essere superata solo se si dovesse riconoscere un limite di applicabilità pratica delle relazioni (1) quale funzione dei valori delle tre correnti, nel qual caso, però, venendo meno la generalità della validità, verrebbe a mancare alle relazioni (1) qualsiasi fondamento fisico.

Sorge quindi spontanea la domanda se le espressioni (1) possano essere interpretate fisicamente come delle grandezze che definiscono il comportamento dei singoli avvolgimenti alla stessa stregua di quanto si accetta per i singoli avvolgimenti di un trasformatore a due avvolgimenti. Prima di affrontare il complesso dei quesiti necessari per dare una risposta alla domanda posta, sarà bene esaminare la questione anche sotto un altro aspetto.

APPLICAZIONE AD UN TRASFORMATORE A DUE AVVOLGIMENTI.

Si consideri il trasformatore a due avvolgimenti rappresentato schematicamente in fig. 1 con i numeri di spire n_1 e n_2 , per il quale, per ragioni di semplificazione

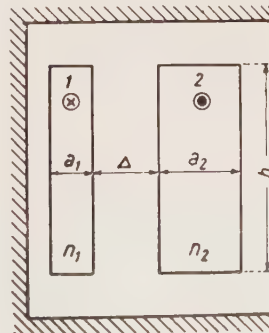


Fig. 1. — Schematizzazione di un trasformatore a 2 avvolgimenti.

dei calcoli che si chiariranno appresso, si ammette un diametro degli avvolgimenti così grande rispetto agli spessori radiali, da poter assimilare i due avvolgimenti praticamente a due sbarre rettilinee di lunghezza infinita, di spessore a_1 e a_2 e di altezza h .

La reattanza dispersiva tra i due avvolgimenti 1 e 2, riferita all'avvolgimento 1, può essere messa sotto la forma:

$$(3) \quad X_{d1,1} = K_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{3} + \Delta \right)$$

in cui K_1 è una costante che tiene conto del numero di spire dell'avvolgimento 1, dell'altezza h dei due avvolgimenti e della loro reale lunghezza media e della pulsazione delle correnti.

Si pratici ora, ad esempio nell'avvolgimento 2 avente una distribuzione assolutamente uniforme del numero di spire n_2 in tutto lo spazio da esso occupato, un taglio ideale in senso longitudinale in una posizione arbitraria secondo la fig. 2 in modo che questo avvolgimento venga suddiviso in due avvolgimenti parziali 2' e 3' aventi i numeri di spire

$$(4) \quad n_2' + n_3' = n_2$$

e gli spessori

$$(5) \quad \begin{cases} x = \frac{n_2'}{n_2} a_2 \\ (a_2 - x) = \frac{n_3'}{n_2} a_2. \end{cases}$$

Questi due avvolgimenti parziali vengono poi immaginati connessi tra loro in serie concordante, per cui i campi magnetici da essi generati si sommano algebricamente, essendo essi percorsi dalla stessa corrente nello stesso senso.

In tal modo il trasformatore a due avvolgimenti della fig. 1 viene modificato in un trasformatore a tre avvolgimenti 1, 2' e 3' della fig. 2, nel quale esiste equilibrio magnetico tra le amperspire dell'avvolgimento 1 e della coppia di avvolgimenti parziali 2'-3', come per gli avvolgimenti 1 e 2 di fig. 1.

Indicando ora con \dot{U}_1 la tensione di alimentazione dell'avvolgimento 1 e con \dot{I}_1 la corrente che in esso fluisce quando la messa in serie dei due avvolgimenti fittizi 2' e 3' viene caricata con la corrente \dot{I}_2 , le tensioni \dot{U}_2' e \dot{U}_3' , che si stabiliscono ai capi di questi avvolgimenti fittizi, sono date da [1]:

$$(6) \quad \begin{cases} \dot{U}_2' = \frac{n_2'}{n_1} \left(\dot{U}_1 - \frac{n_2'}{n_1} j X'_{d12,1} \dot{I}_2 - \frac{n_3'}{n_1} j \frac{X'_{d12,1} + X'_{d13,1} - X'_{d23,1}}{2} \dot{I}_2 \right) \\ \dot{U}_3' = \frac{n_3'}{n_1} \left(\dot{U}_1 - \frac{n_2'}{n_1} j \frac{X'_{d12,1} + X'_{d13,1} - X'_{d23,1}}{2} \dot{I}_2 - \frac{n_3'}{n_1} j X'_{d13,1} \dot{I}_2 \right) \end{cases}$$

avendo trascurato, per semplicità, le resistenze ohmiche degli avvolgimenti che qui non hanno alcuna influenza e avendo indicato con

$$X'_{d12,1}, X'_{d13,1} \text{ e } X'_{d23,1}$$

le reattanze dispersive binarie, riferite all'avvolgimento di alimentazione 1, tra le coppie 1-2', 1-3', 2'-3'.

In queste condizioni, trattandosi di un trasformatore a tre avvolgimenti, se anche con due avvolgimenti parziali 2' e 3' in serie tra loro e percorsi dalla stessa corrente \dot{I}_2 , è possibile anche, conformemente alle posizioni (1), stabilire delle reattanze singole dei tre avvolgimenti, per le quali, quindi, è:

$$(7) \quad \begin{cases} X'_{d1} = \frac{X'_{d12,1} + X'_{d13,1} - X'_{d23,1}}{2} \\ X'_{d2,1} = \frac{X'_{d12,1} + X'_{d23,1} - X'_{d13,1}}{2} \\ X'_{d3,1} = \frac{X'_{d13,1} + X'_{d23,1} - X'_{d12,1}}{2} \end{cases}$$

Sostituendo la prima (7) in (6), si ha:

$$(8) \quad \begin{cases} \dot{U}_2' = \frac{n_2'}{n_1} \left(\dot{U}_1 - \frac{n_2'}{n_1} j X'_{d12,1} - \frac{n_3'}{n_1} j X'_{d1} \dot{I}_2 \right) \\ \dot{U}_3' = \frac{n_3'}{n_1} \left(\dot{U}_1 - \frac{n_2'}{n_1} j X'_{d1} \dot{I}_2 - \frac{n_3'}{n_1} j X'_{d13,1} \dot{I}_2 \right) \end{cases}$$

per cui la tensione totale ai capi della messa in serie dei due avvolgimenti fittizi 2' e 3', tenuto conto che, in base alla legge della circuitazione magnetica, è:

$$(9) \quad \dot{I}_2 = - \frac{n_1}{n_2' + n_3'} \dot{I}_1 = - \frac{n_1}{n_2} \dot{I}_1$$

diventa:

$$(10) \quad \dot{U}_2' + \dot{U}_3' = \frac{n_2}{n_1} \left[\dot{U}_1 + j \left(\frac{n_2'}{n_2} \right)^2 X'_{d12,1} + j \left(\frac{n_3'}{n_2} \right)^2 X'_{d13,1} + 2 j \frac{n_2'}{n_2} \frac{n_3'}{n_2} X'_{d1} \right] \dot{I}_1$$

Cortocircuitando la messa in serie dei due avvolgimenti parziali 2 e 3', cioè ponendo:

$$(11) \quad \dot{U}_2' + \dot{U}_3' = 0,$$

si ottiene da (10) come reattanza dispersiva globale tra i tre avvolgimenti 1, 2' e 3', riferita all'avvolgimento 1:

$$(12) \quad X_{d1,1} = \left(\frac{n_2'}{n_2} \right)^2 X'_{d12,1} + \left(\frac{n_3'}{n_2} \right)^2 X'_{d13,1} + 2 \frac{n_2'}{n_2} \frac{n_3'}{n_2} X'_{d1}$$

nella quale al posto dei rapporti dei numeri di spire fittizie n_2'/n_2 e n_3'/n_2 è possibile sostituire i rapporti degli spessori x/a_2 e $(a_2 - x)/a_2$ degli avvolgimenti fittizi.

Con ciò si ha:

$$(13) \quad X_{d1,1} = \left(\frac{x}{a_2} \right)^2 X'_{d12,1} + \left(\frac{a_2 - x}{a_2} \right)^2 X'_{d13,1} + 2 \frac{x}{a_2} \frac{a_2 - x}{a_2} X'_{d1}$$

Sostituendo, inoltre, la prima relazione (7), si ottiene infine:

$$(14) \quad X_{dt,1} = \frac{x}{a_2} X'_{d12,1} + \frac{a_2 - x}{a_2} X'_{d13,1} - \frac{x(a_2 - x)}{a_2^2} X'_{d23,1}.$$

Avendo ammesso un diametro medio degli avvolgimenti praticamente infinitamente grande, le reattanze dispersive binarie $X'_{d12,1}$, $X'_{d13,1}$ e $X'_{d23,1}$ possono essere espresse secondo una formula analoga alla (3), con la stessa costante K_1 , in funzione delle sole dimensioni radiali, e cioè:

$$(15) \quad \begin{cases} X'_{d12,1} = K_1 \left(\frac{a_1 + x}{3} + \Delta \right) = \\ = K_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{3} + \Delta - \frac{a_2 - x}{3} \right) \\ X'_{d13,1} = K_1 \left(\frac{a_1 + a_2 - x}{3} + \Delta + x \right) = \\ = K_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{3} + \Delta + \frac{2}{3}x \right) \\ X'_{d23,1} = K_1 \frac{x + a_2 - x}{3} = K_1 \frac{a_2}{3}. \end{cases}$$

Introducendo ora questi valori in (14), si ha, dopo alcune semplificazioni:

$$(16) \quad K'_{dt,1} = K_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{3} + \Delta \right)$$

che è lo stesso risultato (3).

Ciò significa che è senz'altro lecito, agli effetti della dispersione totale, riportare un trasformatore a due avvolgimenti ad un trasformatore fittizio a tre avvolgimenti con due avvolgimenti parziali 2' e 3' in serie tra loro. Questo risultato era, invero, da aspettarsi, e conferma quanto fu già asserito, che cioè il taglio ideale, praticato secondo la fig. 2 nell'avvolgimento 2 del trasformatore di fig. 1, non modifica l'andamento del campo dispersivo risultante.

Viceversa, avendo ora, secondo la fig. 2, un equivalente trasformatore a tre avvolgimenti, si può stabilire

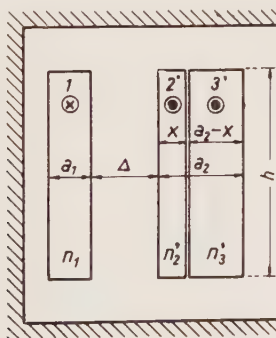


Fig. 2. — Schematizzazione di un trasformatore a tre avvolgimenti equivalente al trasformatore a due avvolgimenti di fig. 1, ottenuto con un taglio longitudinale ideale nell'avvolgimento 2.

la relativa reattanza dispersiva dell'avvolgimento 1. Questa è data, secondo la formula (13), da:

$$(17) \quad X'_{d1} = \frac{a_2^2 X_{dt,1} - [x^2 X'_{d12,1} + (a_2 - x)^2 X'_{d13,1}]}{2x(a_2 - x)}$$

Sostituendo in (17) i valori (15) e (16) si arriva, dopo diverse riduzioni, al risultato:

$$(18) \quad X'_{d1} = K_1 \left[\left(\frac{a_1 + a_2}{3} + \Delta \right) - \frac{2a_2 - 3x}{6} \right].$$

Questa formula semplicissima mette in evidenza un fatto rimarchevole e contemporaneamente, sotto certi aspetti, sorprendente: la reattanza dispersiva dell'avvolgimento 1 di un trasformatore a 2 avvolgimenti, ricavata con l'artificio di un taglio longitudinale ideale nell'avvolgimento 2, è una funzione della posizione arbitraria e, quindi, variabile a piacimento del taglio stesso, nonostante che con tale artificio non si modifichi per niente il campo dispersivo tra i due avvolgimenti 1 e 2 della fig. 1 o tra i tre avvolgimenti equivalenti 1, 2' e 3' della fig. 2. Conclusioni esattamente eguali si ottengono se si lascia intatto l'avvolgimento 2 e si sdoppia l'avvolgimento 1 in due avvolgimenti parziali fittizi come è stato fatto innanzi per l'avvolgimento 2. Risultati di questo genere contrastano evidentemente con qualsiasi forma di concezione fisica del fenomeno della dispersione magnetica, per cui sorge il giustificato sospetto che le grandezze (1) non debbano potersi interpretare come grandezze rispecchianti un fatto fisico connesso con la dispersione magnetica dei singoli avvolgimenti di un trasformatore a tre avvolgimenti o di un trasformatore comunque assimilabile, senza alterare le condizioni effettive di funzionamento, ad uno equivalente dotato di tre avvolgimenti.

Per poter chiarire questo dubbio si dovranno, quindi, esaminare attentamente i procedimenti da cui le relazioni (1) hanno origine.

DISPERSIONE MAGNETICA IN UN TRASFORMATORE A TRE AVVOLGIMENTI.

Per ora si considerano tre circuiti elettrici di natura induttiva influenzatisi reciprocamente con i loro campi magnetici quando essi vengono percorsi da corrente.

Per la generalità della trattazione non si fa alcuna ammissione circa la presenza o meno di un circuito magnetico in ferro comune.

Indicando con \dot{U}_1 , \dot{U}_2 e \dot{U}_3 le tensioni ai capi dei tre avvolgimenti, con \dot{I}_1 , \dot{I}_2 e \dot{I}_3 le correnti in essi fluenti, con n_1 , n_2 e n_3 i relativi numeri di spire, con X_1 , X_2 e X_3 le reattanze di autoinduzione dei tre avvolgimenti corrispondenti alla stessa pulsazione ω delle tensioni \dot{U}_1 , \dot{U}_2 e \dot{U}_3 , e con X_{12} , X_{13} e X_{23} le reattanze di mutua induzione tra le tre coppie 1-2, 1-3, 2-3 dei tre avvolgimenti e trascurando, per semplicità, le resistenze ohmiche, le equazioni che vincolano le tre tensioni alle tre correnti hanno la nota forma:

$$(19) \quad \begin{cases} \dot{U}_1 = -j(X_1 \dot{I}_1 + X_{12} \dot{I}_2 + X_{13} \dot{I}_3) \\ \dot{U}_2 = -j(X_2 \dot{I}_2 + X_{23} \dot{I}_3 + X_{12} \dot{I}_1) \\ \dot{U}_3 = -j(X_3 \dot{I}_3 + X_{13} \dot{I}_1 + X_{23} \dot{I}_2). \end{cases}$$

Esprimendo le tensioni \dot{U}_2 e \dot{U}_3 e le correnti \dot{I}_2 e \dot{I}_3 in grandezze relative dell'avvolgimento 1, cioè ponendo:

$$(20) \quad \begin{cases} \dot{U}_2 = \frac{n_2}{n_1} \dot{U}_2' \\ \dot{U}_3 = \frac{n_3}{n_1} \dot{U}_3' \\ \dot{I}_2 = \frac{n_1}{n_2} \dot{I}_2' \\ \dot{I}_3 = \frac{n_1}{n_3} \dot{I}_3' \end{cases}$$

dalle (19) si può anche scrivere:

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} \dot{U}_1 &= -j \left[X_1 \dot{I}_1 + \frac{n_1}{n_2} X_{12} \dot{I}_2' + \frac{n_1}{n_3} X_{13} \dot{I}_3' \right] \\ \dot{U}_2' &= -j \left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 X_2 \dot{I}_2' + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \dot{I}_3' + \right. \\ &\quad \left. + \frac{n_1}{n_2} X_{12} \dot{I}_1 \right] \\ \dot{U}_3' &= -j \left[\left(\frac{n_1}{n_3} \right)^2 X_3 \dot{I}_3' + \frac{n_1}{n_3} X_{13} \dot{I}_1 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \dot{I}_2' \right] \end{aligned} \right.$$

Anche sotto questa forma le equazioni delle tensioni rispecchiano esattamente quanto prescritto dalla fisica per formulare matematicamente il fenomeno della auto-induzione e della mutua induzione tra i tre circuiti in esame a mezzo dei loro campi magnetici.

Per riportarsi ora a considerazioni analoghe a quelle che si sogliono accettare per trasformatori a due avvolgimenti e, soprattutto, per poter avere, anche per il trasformatore in questione a tre avvolgimenti, dei comuni punti di riferimento, si aggiungano e sottraggano ai secondi membri delle equazioni (21) adeguate grandezze, a due a due di valore eguale e differenti solo per il segno, con che si ottiene:

$$(22) \quad \left\{ \begin{aligned} \dot{U}_1 &= -j \left\{ \left[\left(X_1 - \frac{n_1}{n_2} X_{12} \right) + \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left(X_2 - \frac{n_2}{n_1} X_{12} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\left(X_1 - \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) + \left(\frac{n_1}{n_3} \right)^2 \left(X_3 - \frac{n_3}{n_1} X_{13} \right)}{2} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \frac{\left(X_2 - \frac{n_2}{n_3} X_{23} \right) + \left(\frac{n_2}{n_3} \right)^2 \left(X_3 - \frac{n_3}{n_2} X_{23} \right)}{2} \right] \dot{I}_1 + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) \dot{I}_1 + \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_2' + \left(\frac{n_1}{n_3} X_{13} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_3' - \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2' + \dot{I}_3') \right\} \\ \dot{U}_2' &= -j \left\{ \left[\left(X_1 - \frac{n_1}{n_2} X_{12} \right) + \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left(X_2 - \frac{n_2}{n_1} X_{12} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \frac{\left(X_2 - \frac{n_2}{n_3} X_{23} \right) + \left(\frac{n_2}{n_3} \right)^2 \left(X_3 - \frac{n_3}{n_2} X_{23} \right)}{2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\left(X_1 - \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) + \left(\frac{n_1}{n_3} \right)^2 \left(X_3 - \frac{n_3}{n_1} X_{13} \right)}{2} \right] \dot{I}_2' + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) \dot{I}_1 + \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_2' + \left(\frac{n_1}{n_3} X_{13} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_3' - \frac{n_1}{n_3} X_{13} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2' + \dot{I}_3') \right\} \\ \dot{U}_3' &= -j \left\{ \left[\left(X_1 - \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) + \left(\frac{n_1}{n_3} \right)^2 \left(X_3 - \frac{n_3}{n_1} X_{13} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \frac{\left(X_2 - \frac{n_2}{n_3} X_{23} \right) + \left(\frac{n_2}{n_3} \right)^2 \left(X_3 - \frac{n_3}{n_2} X_{23} \right)}{2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\left(X_1 - \frac{n_1}{n_2} X_{12} \right) + \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left(X_2 - \frac{n_2}{n_1} X_{12} \right)}{2} \right] \dot{I}_3' + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) \dot{I}_1 + \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_2' + \left(\frac{n_1}{n_3} X_{13} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_3' - \frac{n_1}{n_2} X_{12} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2' + \dot{I}_3') \right\} \end{aligned} \right.$$

Con tutta questa serie di manipolazioni matematiche, con le quali, in definitiva non si è fatto altro che sovrapporre ai campi magnetici originari ed effettivamente presenti delle tre correnti \dot{I}_1 , \dot{I}_2 e \dot{I}_3 , espressi dai secondi membri delle equazioni (19), tutta una serie di campi magnetici fittizi, a due a due eguali in grandezza tra loro ma controversi, e, quindi, nel complesso nulli nei loro effetti induttivi, non è stato in alcun modo alterato il valore numerico dei rispettivi primi membri delle equazioni (21) e quindi, per esse, delle equazioni (19). Da un punto di vista puramente matematico, quindi, non si può sollevare alcuna obiezione contro le equazioni (22). La incoerenza, specialmente nei riguardi di aggregati di avvolgimenti più semplici, determinata dalle gravi difficoltà concettuali, che nel caso presente sono considerevolmente accentuate, interviene quando, nel tentativo di voler adoperare queste equazioni per scopi tecnici di dimensionamento o di valutazione numerica, si va molto più in là dei limiti leciti per la loro applicabilità pratica, ostinandosi a voler dare a tutti i costi ai singoli gruppi di grandezze, che compaiono ai secondi membri di (22) e che esprimono le risultanti delle sovrapposizioni matematiche di campi magnetici reali con campi magnetici fittizi ottenute con le manipolazioni algebriche operate, una interpretazione e giustificazione fisica di un fenomeno che esse non possono fedelmente riprodurre.

Pur tuttavia, per riportarci nello stesso ordine di idee che, giustamente oppure con una certa arbitrarietà, si fa valere per il trasformatore a due avvolgimenti, si ponga:

$$(23) \quad \left\{ \begin{aligned} X_{d1, 12, 1} &= \left(X_1 - \frac{n_1}{n_2} X_{12} \right) \\ X_{d2, 12, 1} &= \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left(X_2 - \frac{n_2}{n_1} X_{12} \right) \\ X_{d1, 13, 1} &= \left(X_1 - \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) \\ X_{d3, 13, 1} &= \left(\frac{n_1}{n_3} \right)^2 \left(X_3 - \frac{n_3}{n_1} X_{13} \right) \\ X_{d2, 23, 1} &= \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left(X_2 - \frac{n_2}{n_3} X_{23} \right) \\ X_{d3, 23, 1} &= \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left(\frac{n_2}{n_3} \right)^2 \left(X_3 - \frac{n_3}{n_2} X_{23} \right) \end{aligned} \right.$$

intendendo per:

$X_{d1, 12, 1}$ la reattanza *dispersiva*, riferita all'avvolgimento 1, dell'avvolgimento 1, nell'esercizio del trasformatore tra i soli avvolgimenti 1 e 2, ritenendo l'avvolgimento 3 inattivo;

$X_{d2, 12, 1}$ la reattanza *dispersiva*, riferita all'avvolgimento 1, dell'avvolgimento 2, nell'esercizio del trasformatore tra gli avvolgimenti 1 e 2, ritenendo l'avvolgimento 3 inattivo;

$X_{d1, 13, 1}$ la reattanza *dispersiva*, riferita all'avvolgimento 1, dell'avvolgimento 1, nell'esercizio del trasformatore tra i soli avvolgimenti 1 e 3, ritenendo cioè l'avvolgimento 2 inattivo;

$X_{d3, 13, 1}$ la reattanza *dispersiva*, riferita all'avvolgimento 1 dell'avvolgimento 3, nell'esercizio del trasformatore tra i soli avvolgimenti 1 e 3, ritenendo cioè l'avvolgimento 2 inattivo;

$X_{d2, 23, 1}$ la reattanza *dispersiva*, riferita all'avvolgimento 1, dell'avvolgimento 2, nell'esercizio del trasformatore tra i soli avvolgimenti 2 e 3, ritenendo cioè l'avvolgimento 1 inattivo;

$X_{d3, 23, 1}$ la reattanza *dispersiva*, riferita all'avvolgimento 3, nell'esercizio del trasformatore tra i soli avvolgimenti 2 e 3, ritenendo cioè l'avvolgimento 1 inattivo.

Dalle posizioni (23) si ricava anche:

$$(24) \quad \left\{ \begin{aligned} X_{d12, 1} &= X_{d1, 12, 1} + X_{d2, 12, 1} \\ X_{d13, 1} &= X_{d1, 13, 1} + X_{d3, 13, 1} \\ X_{d23, 1} &= X_{d2, 23, 1} + X_{d3, 23, 1} \end{aligned} \right.$$

come reattanze dispersive globali, riferite all'avvolgimento 1, nell'esercizio del trasformatore tra le sole coppie di avvolgimenti 1-2, rispettivamente 1-3, rispettivamente 2-3, ritenendo cioè inattivo l'avvolgimento 3 rispettivamente 2 rispettivamente 1.

In tal modo le equazioni (22) si possono trascrivere nel modo seguente:

$$(25) \quad \left\{ \begin{aligned} \dot{U}_1 &= -j \left[\frac{X_{d12, 1} + X_{d13, 1} - X_{d23, 1}}{2} \dot{I}_1 + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) \dot{I}_1 + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_2' + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_1}{n_3} X_{13} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_3' - \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2' + \dot{I}_3') \right] \\ \dot{U}_2' &= -j \left[\frac{X_{d12, 1} + X_{d23, 1} - X_{d13, 1}}{2} \dot{I}_2' + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) \dot{I}_1 + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_2' + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_1}{n_3} X_{13} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_3' - \frac{n_1}{n_3} X_{13} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2' + \dot{I}_3') \right] \\ \dot{U}_3' &= -j \left[\frac{X_{d13, 1} + X_{d23, 1} - X_{d12, 1}}{2} \dot{I}_3' + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) \dot{I}_1 + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_2' + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_1}{n_3} X_{13} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_3' - \frac{n_1}{n_2} X_{12} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2' + \dot{I}_3') \right] \end{aligned} \right.$$

In questa forma, le equazioni delle tensioni ai capi di ogni avvolgimento in funzione di tutte e tre le correnti fluenti, permettono interessanti considerazioni, dalle quali si può arguire, se alle grandezze (1), che, moltiplicate per le rispettive correnti, compaiono ai secondi membri di (25), può essere effettivamente attribuito quel significato che normalmente si dà ad esse. Per vedere ciò, bisognerà, però, anzitutto, brevemente premettere che cosa, allo stato attuale delle cognizioni in materia, si vuol indicare per dispersione magnetica di un avvolgimento. A tal'uopo ci si riferisce ad un caso particolare semplice, che è poi quello che particolarmente è stato esaminato dai diversi studiosi di questo argomento: quello, cioè, del trasformatore a due avvolgimenti. Per questo caso si è oggi unanimemente concordi, per arrivare ad una definizione della dispersione magnetica di ogni singolo avvolgimento, nel riconoscere la opportunità di scindere il campo magnetico globale che permea non solo lo spazio occupato dai due avvolgimenti, ma anche quello ad essi circostante, campo magnetico che viene generato contemporaneamente da entrambe le correnti circolanti in questi avvolgimenti, in tre componenti, di cui una componente, generalmente denominata campo comune, esprime l'aliquota utile del fenomeno dell'induzione tra i due avvolgimenti, mentre le altre due componenti vengono riguardate come i campi dispersivi dei due avvolgimenti. La scissione del campo globale in queste tre componenti può avvenire sia per via grafica, appoggiandosi al concetto delle cosiddette linee di forza di un campo magnetico, che per via matematica, avvalendosi del concetto dei coefficienti di auto- e di mutua induzione, tenendo presente, però, che le due vie non in tutti i possibili casi di carico dei due avvolgimenti, cioè per tutte le possibili coppie di valori delle due correnti, conducono a risultati equivalenti.

Più accettata è la scissione matematica, in quanto essa meglio si presta ai procedimenti di calcolo che interessano il tecnico, pur prendendo le sue origini da una pura definizione; essa verrà, perciò, estrapolata anche al caso del trasformatore a tre avvolgimenti, brevemente trattato in questa nota.

Secondo tale scissione matematica, il campo magnetico comune ai due avvolgimenti viene indicato da una espressione, funzione delle due correnti, che, come s'intuisce, dev'essere eguale per i due avvolgimenti; i campi magnetici dispersivi dei due avvolgimenti, invece, sono funzioni delle sole correnti relative, per cui si vuol ritenere che il campo magnetico dispersivo di un avvolgimento venga generato dalla sola corrente relativa, con che la sua intensità può essere posta proporzionale a questa corrente.

Applicando ora tali concetti alle equazioni (25), si nota che ognuna di esse può essere scissa in tre addendi, e precisamente:

$$(26) \quad \begin{cases} \dot{U}_{d1} = -j \frac{X_{d12,1} + X_{d13,1} - X_{d23,1}}{2} \dot{I}_1 \\ \dot{U}'_{d2} = -j \frac{X_{d12,1} + X_{d23,1} - X_{d13,1}}{2} \dot{I}_2' \\ \dot{U}'_{d3} = -j \frac{X_{d13,1} + X_{d23,1} - X_{d12,1}}{2} \dot{I}_3' \end{cases}$$

$$(27) \quad \begin{aligned} \dot{U}_{c1} &= \dot{U}'_{c2} = \dot{U}'_{c3} = \\ &= -j \left[\left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1}{n_3} X_{13} \right) \dot{I}_1 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{n_1}{n_2} X_{12} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_2' + \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \left(\frac{n_1}{n_3} X_{13} + \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} \right) \dot{I}_3' \right]$$

$$(28) \quad \begin{cases} \dot{U}_{r1} = j \frac{n_1^2}{n_2 n_3} X_{23} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2' + \dot{I}_3') \\ \dot{U}'_{r2} = j \frac{n_1}{n_3} X_{13} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2' + \dot{I}_3') \\ \dot{U}'_{r3} = j \frac{n_1}{n_2} X_{12} (\dot{I}_1 + \dot{I}_2' + \dot{I}_3') \end{cases}$$

Dalle posizioni (26) risulta anzitutto che ognuna delle tre equazioni (25) contiene effettivamente una componente proporzionale alla sola corrente dell'avvolgimento corrispondente e che, quindi, sotto certi aspetti, potrebbe essere riguardata come la grandezza che esprime la dispersione magnetica dell'avvolgimento. Inoltre è presente una componente (27), funzione delle correnti di tutti e tre gli avvolgimenti, di eguale intensità per tutti, la quale, sempre riportandosi al caso del trasformatore a due avvolgimenti, potrebbe essere ritenuta come l'espressione del campo magnetico comune a tutti avvolgimenti, generato, con contributi differenti, contemporaneamente da tutte e tre le correnti. Ma alla estensione di una tale concezione si oppone la presenza delle tre componenti (28), le quali, pur risultando ognuna una funzione di tutte le correnti, hanno un'intensità differente a seconda dell'avvolgimento considerato e, quindi, non possono essere conglobate nella componente (27).

Si vede, quindi, chiaramente che, pur rimanendo, da un punto di vista puramente matematico, nello stesso ordine di idee del trasformatore a due avvolgimenti, nelle grandezze (1) non possono essere ravvisate le reattanze dispersive singole dei tre avvolgimenti, in quanto non si troverebbe una spiegazione plausibile per la necessità della esistenza delle tre componenti (28). A meno che non si componga il campo magnetico corrispondente alla componente di tensione (27) con i campi magnetici differenti relativi alle componenti di tensione (28) a formare tre campi magnetici risultanti; questi, però, risulterebbero di diversa intensità per i tre avvolgimenti e, quindi, in base alla definizione della dispersione dei singoli avvolgimenti che si accetterebbe per le tre componenti (26), non potrebbero essere riconosciuti come quei campi che esprimono l'entità utile del fenomeno dell'induzione tra i tre avvolgimenti, in quanto ciò sarebbe, concettualmente, in contrasto con quanto si vuol estrapolare dalle condizioni relative al trasformatore a due avvolgimenti.

Solo con la ipotesi che ci si riferisca ad un trasformatore dotato di un'ossatura magnetica in ferro e con la ulteriore ipotesi che la componente di corrente che, in tal caso, ogni avvolgimento deve fornire per la magnetizzazione ciclica sia praticamente trascurabile rispetto alla componente del carico, quindi, principalmente in corto circuito, è lecito ritenere nulle, per scopi pratici, le tre componenti (28), le quali però, teoricamente, anche se di intensità modesta, sono sempre presenti come aliquote del campo magnetico globale.

In tal modo si fanno scomparire arbitrariamente, per ragioni di comodità pratica, quelle componenti, la cui reale presenza si oppone ad un'interpretazione fisico-matematica delle tre grandezze (1) come reattanze dispersive singole dei tre avvolgimenti allo stesso modo delle corrispondenti grandezze di un trasformatore a due avvolgimenti. Però, anche a voler accettare e far valere una tale interpretazione per un trasformatore con circuito magnetico in ferro ed a bassa saturazione dello stesso, ciò non può più essere tollerato per un trasformatore privo di ossatura in ferro, nel qual caso

la somma delle tre correnti che compare ai secondi membri delle tre relazioni (28) non può essere più posta eguale a zero.

S'intuisce, d'altra parte, che un fenomeno fisico, anche se interpretato sulla base di determinate definizioni relative al campo magnetico comune a tutti gli avvolgimenti ed ai campi magnetici dispersivi degli stessi, non può essere vincolato alle caratteristiche del materiale del circuito magnetico in ferro piuttosto che in aria o in altro materiale.

Da tutte queste considerazioni discende, perciò, che le tre grandezze (r), neppure nel campo di validità delle ammissioni, opportunamente estrapolate al caso in questione, relative ad un trasformatore a due avvolgimenti, devono essere ritenute come reattanze dispersive dei singoli avvolgimenti; esse sono, invece, solo delle comode grandezze di calcolo per trasformatori a tre avvolgimenti muniti di un'ossatura magnetica in ferro, alle quali, però, non è lecito attribuire un significato fisico che esse non hanno, nè possono avere. Anche perchè tutta la serie di manipolazioni algoritmiche, operate per arrivare ad espressioni che, nell'aspetto matematico, possono essere confrontate con le analoghe relative ad un trasformatore a due avvolgimenti, nel caso in questione ancor meno si presta a sorreggere l'intuizione fisica per stabilire se i campi magnetici corrispondenti alle relazioni (26) possano essere riguardati effettivamente come i campi magnetici dispersivi dei singoli avvolgimenti nell'ambito di quella concezione che abitualmente si ha della dispersione magnetica dei singoli avvolgimenti di un trasformatore a due avvolgimenti. In altre parole, mentre le grandezze

$$(29) \left\{ \begin{array}{l} \left(X_1 - \frac{n_1}{n_2} X_{12} \right) \\ \left(X_2 - \frac{n_2}{n_1} X_{12} \right) \end{array} \right.$$

relative al trasformatore a due avvolgimenti, intese come proporzionali alla differenza tra il campo magnetico totale dell'avvolgimento considerato e del campo magnetico che, agli effetti del fenomeno dell'induzione magnetica, influenza utilmente l'altro avvolgimento, non contrasta con la intuizione fisica che le definisce reattanze dispersive, esprimenti cioè l'aliquota dell'induzione in difetto di ogni avvolgimento nei riguardi dell'altro avvolgimento, non si può sostenere lo stesso delle equazioni (26), la cui interpretazione sfugge anche all'intuizione.

CONCLUSIONI PER LE APPLICAZIONI PRATICHE.

Dopo tutte le giustificate obiezioni sollevate alla definizione delle grandezze (r) quali reattanze dispersive dei singoli avvolgimenti di un trasformatore a tre avvolgimenti ed i risultati in parte contrastanti che derivano dalla loro applicazione, vien fatto di domandarsi se esse possano essere impunemente adoperate per lo studio di quei problemi che l'esercizio pratico pone ad un simile trasformatore.

A questa domanda si può rispondere affermativa-

mente qualora, trattandosi di trasformatori con ossatura magnetica in ferro non fortemente saturata, ci si limiti a considerare, numericamente, ciò che, per un funzionamento con carichi non troppo modesti, cioè per i quali si possa escludere l'influenza quantitativa delle componenti delle correnti magnetizzanti, si manifesta tra le tre coppie di avvolgimenti, riguardando tutto il fenomeno magnetico nel suo complesso tra i morsetti di entrata ed i morsetti di uscita di ognuna delle tre coppie di avvolgimenti e senza voler precisare quantitativamente fenomeni parziali e locali da attribuire ad ognuno degli avvolgimenti. E difatti la somma a due a due dei valori (r) dà esattamente le reattanze dispersive totali tra ogni coppia di avvolgimenti, come in assenza, di volta in volta, del corrispondente terzo avvolgimento. Ma queste grandezze non sono adatte a stabilire se di tutta la dispersione magnetica relativa ad ogni coppia di avvolgimenti competa ad ogni avvolgimento quella aliquota che si propenderebbe ad attribuire ad esso in base alla definizione che normalmente si dà alle grandezze come reattanze dispersive singole.

La trattazione svolta può essere di aiuto nella determinazione della ripartizione delle correnti in due avvolgimenti parziali connessi in parallelo oppure della ripartizione della tensione su due avvolgimenti parziali connessi in serie tra loro, qualora in entrambi i casi possa essere assicurata la condizione che sia nulla la somma delle correnti \dot{I}_1 , \dot{I}_2' e \dot{I}_3' , ma a questa trattazione non si può fare riferimento per la interpretazione delle singole grandezze, come enti fisici, che da essa risultano sotto una veste che trae in inganno per conclusioni di carattere generico da ritenersi valida in qualsiasi caso. In condizioni limiti, infatti, di un trasformatore privo di ossatura in ferro, le grandezze (r) perdono qualsiasi significato, anche di natura puramente numerica. In questo caso esse non sono sufficienti a stabilire neppure il comportamento dispersivo globale tra ogni coppia di avvolgimenti, in quanto i termini (28) assumono valori non più trascurabili.

Concludendo, si può, perciò, sostenere che l'abituale trattazione relativa al trasformatore a tre avvolgimenti, più che una teoria nel gergo comune, intesa a chiarire un fenomeno, fissandone contemporaneamente la sua entità numericamente, è da ritenersi come la soluzione di un problema da un punto di vista puramente tecnico, con l'intento di mettere a disposizione, di chi deve occuparsi di tali compiti, delle formule facilmente maneggevoli per l'uso pratico.

Sotto questo aspetto, sembra lecito riconoscere alle brevi considerazioni svolte una certa utilità, in quanto in tutti i lavori attinenti al trasformatore a tre avvolgimenti, le grandezze (r), a quanto risulta a chi scrive, senza alcuna riserva e precisazione sulla loro vera natura ed origine, vengono riguardate e trattate come grandezze fisiche intangibili, cioè ben definite.

Manoscritto pervenuto il 22 luglio 1960.

BIBLIOGRAFIA

- [1] RÖSCH - *Theorie des n-Wicklungstransformators*. Arch. für Elektrotechnik 1950. pag. 668-667.

PARTICOLARITÀ DI FUNZIONAMENTO DI TRASFORMATORI TRIFASI CON COLLEGAMENTO A ZIG-ZAG

UGO RÖSCH (*)

Si esaminano e discutono le particolarità che si manifestano nel funzionamento di trasformatori trifasi, aventi l'avvolgimento di basa tensione collegato a zig-zag, per i tre casi caratteristici di un corto circuito tripolare, bipolare o unipolare, mettendo in evidenza la influenza della dispersione magnetica supplementare che interviene tra i due avvolgimenti parziali di fasi diverse situati su una stessa colonna e che si riscontra anche nei corrispondenti esercizi con carichi utili.

Da tali considerazioni deriva la opportunità di eseguire, in sede di collaudo, anche una misura di corto circuito unipolare oltre che quella abituale di corto circuito tripolare, in quanto solo in tal modo si ha la possibilità di stabilire un giudizio esatto del comportamento di questo tipo di trasformatori in qualsiasi condizione di carico che tenga conto delle effettive esigenze del particolare esercizio a cui esso è principalmente adibito: carico luce con inserzioni unipolari degli utenti.

PREMESSA.

Uno dei dati di maggior rilievo, che caratterizza il comportamento in esercizio di qualsiasi tipo di trasformatori, è rappresentato dalla tensione percentuale di corto circuito, la cui misura, in sede di collaudo, è estremamente semplice e viene eseguita, nel caso di trasformatori trifasi, con una alimentazione trifase in genere sul lato di alta tensione e corto circuito tripolare sul lato di bassa tensione.

Il valore in tal modo ricavato viene indicato in targa, come prescritto dalle Norme di tutti i paesi industriali.

Con una tale prescrizione si ammette implicitamente che il valore misurato in corto circuito tripolare rimanga invariato anche per il caso di carichi unipolari e bipolari di quei trasformatori con neutro accessibile sul lato dell'utenza, che generalmente vengono dichiarati idonei per un tal tipo di esercizio. Ciò è senz'altro esatto per trasformatori con collegamento stella-stella e neutro connesso sui due lati come pure per trasformatori con collegamento triangolo-stella, essendo previsto il collegamento a triangolo sul lato di alimentazione. Non si può sostenere la stessa cosa per trasformatori presentanti l'avvolgimento di utilizzazione connesso a zig-zag, che viene frequentemente adoperato per inserzioni unipolari, come ad esempio per carico luce. Anzi, questo tipo di trasformatori presenta agli effetti della tensione di corto circuito, cioè dei flussi dispersi che la determinano, caratteristiche che non si riscontrano in altri tipi di collegamento e sulle quali sembra non inopportuno soffermarsi.

CORTO CIRCUITO TRIPOLARE.

Per tutte le considerazioni che seguiranno si farà riferimento allo schema di fig. 1 relativo al tipo di collegamento individuato dalla denominazione $Yz11$ delle Norme. Nella stessa figura è stato riportato il diagramma delle tensioni a vuoto sui due lati del trasformatore, per il quale, per ragioni di semplicità agli effetti della

estensibilità di tale diagramma anche al caso limite di un corto circuito netto, è stato ammesso un carico tripolare simmetrico di natura induttiva rispetto alle tensioni a vuoto, trascurando le resistenze ohmiche di tutti gli avvolgimenti. La fig. 2, invece, mostra, in scala maggiorata a scopo di chiarezza, il diagramma vettoriale delle amperspire dei soli avvolgimenti della colonna

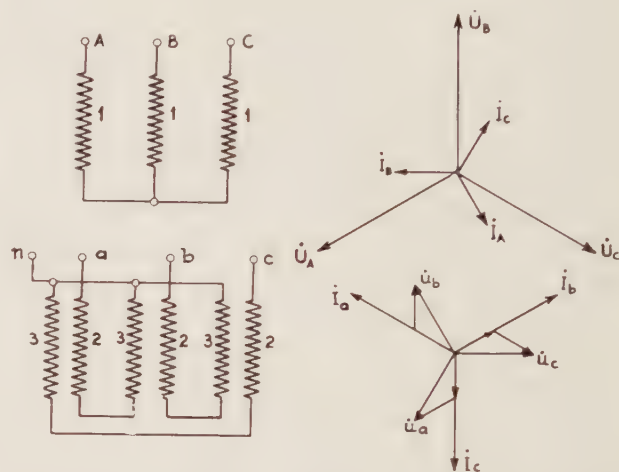


Fig. 1. — Trasformatore con collegamento stella-zig-zag degli avvolgimenti del gruppo $Yz11$ e relativo diagramma delle tensioni e correnti per un carico trifase simmetrico di natura induttiva, trascurando le resistenze dei singoli avvolgimenti.

A. Da questo diagramma risulta chiaro che, indipendentemente dalla disposizione topografica degli avvolgimenti, le amperspire totali $\vec{A}S_{a2}$ e $-\vec{A}S_{c3}$ dei due avvolgimenti parziali 2 e 3, percorso il primo dalla corrente di carico \vec{I}_a ed il secondo dalla corrente \vec{I}_c , che equilibrano le amperspire $\vec{A}S_A$ dell'avvolgimento 1 della stessa colonna, cioè:

$$(1) \quad \vec{A}S_A + \vec{A}S_{a2} - \vec{A}S_{c3} = 0$$

possono essere decomposte ognuna in due componenti $\vec{A}S_{a2l}$ e $-\vec{A}S_{c3l}$ aventi entrambe la direzione delle amperspire $\vec{A}S_A$ e in due componenti $\vec{A}S_{a2t}$ e $-\vec{A}S_{c3t}$ entrambe normali alla prima, cioè:

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{A}S_{a2} = \vec{A}S_{a2l} + \vec{A}S_{a2t} \\ -\vec{A}S_{c3} = -\vec{A}S_{c3l} - \vec{A}S_{c3t} \end{cases}$$

Da ciò consegue immediatamente che è anche:

$$(3) \quad \begin{cases} \vec{A}S_A + \vec{A}S_{a2l} - \vec{A}S_{c3l} = 0 \\ \vec{A}S_{a2t} - \vec{A}S_{c3t} = 0 \end{cases}$$

Queste relazioni valgono, evidentemente, nel caso di carico tripolare simmetrico, per qualsiasi natura (ohmica, induttiva, capacitiva) del carico stesso. Per questa ragione si intuisce che ogni trasformatore con collegamento

(*) Dr. ing. UGO RÖSCH, della Siemens Elettra S.p.A., Milano.

a zig-zag di uno dei due avvolgimenti, agli effetti dei campi magnetici generati dalle correnti fluenti nei tre avvolgimenti di ogni colonna, ed in particolare agli effetti dei campi dispersivi, nel caso di un carico tripolare simmetrico, può essere considerato come la unione di due trasformatori ideali, di cui il primo munito di tre avvolgimenti con le amperspire $\dot{A} S_A$, $\dot{A} S_{a2l}$ e $-\dot{A} S_{c3l}$ ed il secondo, a due avvolgimenti, con le amperspire $\dot{A} S_{a2t}$ e $-\dot{A} S_{c3t}$, essendo i due gruppi di amperspire ognuno per sè in equilibrio magnetico.

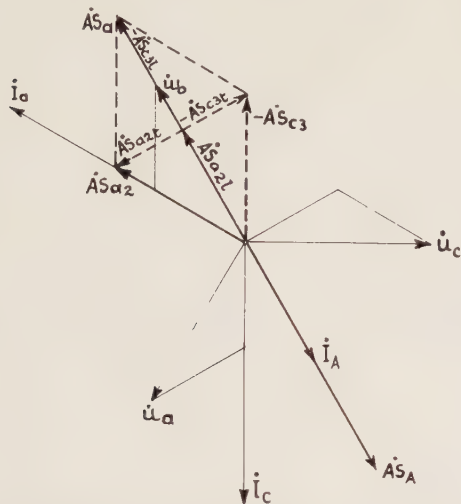


Fig. 2. — Diagramma vettoriale delle amperspire dei tre avvolgimenti della colonna A per il caso di fig. 1.

Il primo gruppo di amperspire $\dot{A} S_A$, $\dot{A} S_{a2l}$ e $-\dot{A} S_{c3l}$ dà luogo al flusso disperso che può essere denominato principale, mentre il secondo gruppo $\dot{A} S_{a2t}$ e $-\dot{A} S_{c3t}$ genera una dispersione supplementare dovuta esclusivamente alla circostanza che nei due avvolgimenti parziali 2 e 3 della stessa colonna circolano correnti sfasate a 120° .

Questa decomposizione delle amperspire e dei relativi campi magnetici, che è indubbiamente arbitraria, ma che, fisicamente, è senz'altro lecita, in quanto i campi magnetici in questione si manifestano prevalentemente in aria, permette un calcolo piuttosto semplice della dispersione totale che interviene tra i tre avvolgimenti. Questo calcolo, che può essere impostato, ad esempio, sulla valutazione delle energie magnetiche immagazzinate negli spazi relativi ai due trasformatori fittizi a cui è stato accennato innanzi, non mette però sufficientemente in evidenza la interdipendenza delle dimensioni geometriche dei singoli avvolgimenti. Sotto questo aspetto, è certamente più razionale riguardare il complesso degli avvolgimenti di una colonna come un unico trasformatore a tre avvolgimenti, impostando i calcoli con la considerazione che le correnti, che circolano in tali avvolgimenti, hanno uno sfasamento relativo ben definito. Il risultato che in tal modo si ottiene è molto più compendioso e, quindi, di maggiore utilità pratica.

Secondo un lavoro precedente [1], nel quale è indicato questo procedimento, la reattanza di dispersione totale per ogni fase, riportata all'avvolgimento 1 del lato di alimentazione, è data, per il corto circuito tripolare, da:

$$(4) \quad X_{dt,1} = \frac{1}{2} \left(X_{d12,1} + X_{d13,1} - \frac{X_{d23,1}}{3} \right)$$

in cui $X_{d12,1}$, $X_{d13,1}$ e $X_{d23,1}$, riferite all'avvolgimento 1, sono le reattanze di dispersione binarie tra le tre coppie di avvolgimenti 1-2, 1-3 e 2-3, calcolate ognuna immaginando inattivo il terzo avvolgimento relativo.

Dalla (4) si ottiene immediatamente la seguente espressione della componente reattiva della tensione percen-

tuale di corto circuito, riferita alla potenza nominale, per ciascuna fase primaria. Si ha:

$$(5) \quad e_{dt} = \frac{1}{2} \left(e_{d12} + e_{d13} - \frac{e_{d23}}{3} \right).$$

In tale espressione rappresentano:

e_{d12} la tensione percentuale corrispondente alla reattanza $X_{d12,1}$

e_{d13} la tensione percentuale corrispondente alla reattanza $X_{d13,1}$

e_{d23} la tensione percentuale corrispondente alla reattanza $X_{d23,1}$.

Nella formula (5) sono conglobati tutti gli effetti reattivi di dispersione tra i tre avvolgimenti e cioè tanto il flusso di dispersione principale che quello addizionale definito secondo la decomposizione indicata in fig. 2. Il calcolo della componente reattiva della tensione di cc. totale viene, quindi, in tal modo, riportato al calcolo di tre tensioni percentuali binarie tra le tre coppie di avvolgimenti 1-2, 1-3, 2-3, come per comuni trasformatori a due avvolgimenti.

Con la distribuzione spaziale abituale dei tre avvolgimenti di un trasformatore connesso a zig-zag secondo la fig. 3, l'aliquota $e_{d23/3}$ è in generale piuttosto modesta; essa si aggira intorno al $3 \div 5\%$ della tensione percentuale totale. Questa è forse la ragione per cui, generalmente, per semplificazione di calcolo, non viene portata in conto la dispersione supplementare determinata tra i soli due avvolgimenti parziali 2 e 3 dalle componenti — eguali tra loro in valore assoluto — delle amperspire $\dot{A} S_{a2t}$

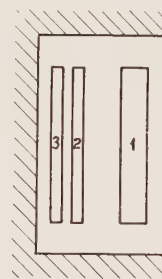


Fig. 3. — Abituale disposizione spaziale degli avvolgimenti per un trasformatore della fig. 1.

e $-\dot{A} S_{c3t}$ e si assimilano i due avvolgimenti 2 e 3 ad un unico avvolgimento avente la dimensione radiale corrispondente alla somma delle dimensioni radiali dei due avvolgimenti parziali maggiorata dello strato isolante tra i due e si immagina questo unico avvolgimento fittizio sede delle amperspire $\dot{A} S_{a2l} - \dot{A} S_{c3l} = \dot{A} S_a = -\dot{A} S_A$.

Lo scarto del $3 \div 5\%$, che in tal modo, coscientemente o inavvedutamente, si introduce nei calcoli, ha la sua importanza pratica specialmente nei riguardi delle limitazioni delle tolleranze prescritte da taluni esercenti, contrastanti con quanto stabilito dalle Norme; su ciò si ritornerà in seguito.

Ad ogni modo l'espressione (4) fa intravedere la possibilità di costruire, con opportuna disposizione topografica degli avvolgimenti, trasformatori con collegamenti a zig-zag di uno degli avvolgimenti aventi una tensione dispersiva percentuale totale di valore molto basso.

CORTO CIRCUITO BIPOLARE.

Come risulta dalla fig. 4, il carico monofase bipolare di un trasformatore con collegamenti a zig-zag è caratterizzato dalla circostanza che sul lato di alimentazione tutte e tre le fasi conducono corrente: la corrente I della

fase centrale si ripartisce in egual misura — premesse evidenti condizioni di simmetria costruttiva — sulle due fasi esterne.

Inoltre sul lato a zig-zag, mentre sulla colonna centrale entrambi gli avvolgimenti parziali 2 e 3 sono percorsi dalla corrispondente corrente I' , questa attraversa

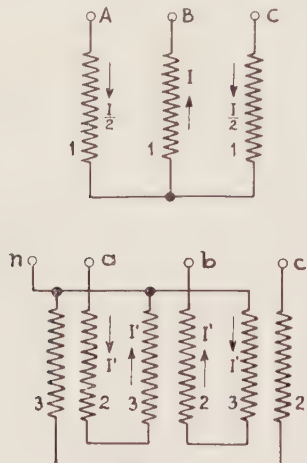


Fig. 4. — Ripartizione delle correnti per il caso di un carico bipolare sul lato collegato a zig-zag.

sulla colonna della fase *A* solo l'avvolgimento parziale 2 e sulla colonna della fase *C* solo l'avvolgimento parziale 3. Con una disposizione spaziale degli avvolgimenti secondo la fig. 3, i flussi di dispersione magnetici delle due colonne esterne sono quindi di intensità differente, pur essendo la loro somma vettoriale eguale in grandezza al flusso di dispersione totale della colonna centrale, non solo perchè la corrente sul lato a zig-zag è la stessa in tutti gli avvolgimenti in questione, ma anche perchè, trattandosi di campi magnetici con percorso eminentemente in aria, è lecita una scissione quantitativa del campo magnetico dispersivo globale della colonna centrale in due componenti parziali ognuna di intensità uguale a quelli delle colonne laterali.

Da ciò si deduce immediatamente che il flusso di dispersione totale degli avvolgimenti della colonna centrale si richiude integralmente attraverso gli spazi dispersivi degli avvolgimenti interessati percorsi da cor-

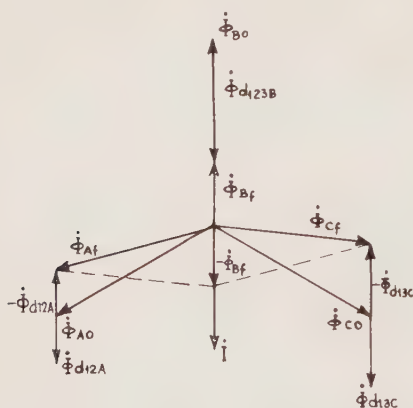


Fig. 5. — Diagramma vettoriale dei flussi dispersivi e nel ferro delle colonne per il caso della fig. 4.

rente delle due colonne estreme, come avviene per il carico o per il corto circuito tripolare, per cui anche in questo caso la somma vettoriale dei tre flussi presenti a carico nelle tre colonne, come mostra chiaramente la fig. 5, nella quale sono stati indicati con Φ_{A_f} , Φ_{B_f} e

Φ_{Cf} , deve essere nulla. In questa figura rappresentano inoltre Φ_{A0} , Φ_{B0} , Φ_{C0} i tre flussi a vuoto nelle tre colonne, corrispondenti alle tensioni di fase a vuoto \hat{U}_A , \hat{U}_B , \hat{U}_C , mentre con Φ_{d123B} , Φ_{d13C} e Φ_{d12A} sono stati indicati i flussi dispersivi dei tre avvolgimenti della colonna centrale e dei due avvolgimenti 1-3 rispettivamente 1-2 delle due colonne laterali. Per ragioni di chiarezza i flussi dispersivi sono stati rappresentati esageratamente intensi rispetto ai flussi a vuoto.

S'intuisce che, avendo ora sul lato di alimentazione una sola corrente I , non si può parlare di una reattanza o impedenza di corto circuito per fase anche se questa corrente, in virtù della legge della circuitazione magnetica, circola anche nelle due fasi di alimentazione A e C . Nel caso in questione è possibile solo stabilire una relazione che vincola la corrente I alle tensioni di fase del lato di alimentazione tramite un coefficiente che esprime globalmente la somma dei contributi di dispersione di tutti gli avvolgimenti percorsi da corrente delle tre colonne, senza, peraltro, poter stabilire le aliquote con le quali intervengono i singoli avvolgimenti a limitare la corrente stessa.

Eseguendo calcoli analoghi a quelli che hanno condotto alla formula (4), si ottiene infatti, trascurando le resistenze ohmiche:

$$(6) \quad \dot{U}_B = -j \frac{1}{2} \left(X_{d12,1} \dot{X}_{d12,1} - \frac{X_{d23,1}}{3} \dot{I} \right)$$

Da questa relazione, confrontata con la espressione (4), si deduce immediatamente che, contrariamente a quanto si verifica nel corto circuito bipolare di un trasformatore con collegamento stella-stella degli avvolgimenti sui due lati, la corrente di corto circuito I è esattamente eguale a quella che si ottiene nel corto circuito tripolare. Ciò è dovuto esclusivamente alla circostanza che ogni fase del lato collegato a zig-zag è distribuita su due colonne differenti. Inoltre, a parità di corrente I sul lato di alimentazione rispetto al corto circuito tripolare, la corrente I' che circola negli avvolgimenti del lato a zig-zag è minore che nel caso del corto circuito tripolare. Di ciò ci si rende facilmente conto esaminando le condizioni di lavoro indicate nella fig. 4 e riferendosi, per semplicità, agli avvolgimenti della colonna mediana B . Poichè gli avvolgimenti parziali 2 e 3 del lato a zig-zag di questa colonna conducono la stessa corrente I' , le loro amperspire si sommano algebricamente per equilibrare, secondo la legge della circuitazione magnetica, le corrispondenti amperspire della fase B del lato di alimentazione. A parità di altre condizioni, quindi, rimanendo costante la corrente I , la corrente I' dovrà essere minore che nel corto circuito tripolare. D'altra parte, questo stato di cose può essere interpretato e chiarito fisicamente anche secondo ragionamenti di altra natura. Mancando ora uno spostamento di fase tra le amperspire degli avvolgimenti parziali 2 e 3, viene meno anche la dispersione supplementare tra questi due avvolgimenti che caratterizza il corto circuito tripolare ed a cui si è già accennato; viene a mancare, quindi, quella componente di corrente che sarebbe necessaria per generare il campo magnetico supplementare se questo esistesse come nel corto circuito tripolare.

CORTO CIRCUITO UNIPOLARE.

Anche qui, come già per i due casi precedenti, si tratterà anzitutto il carico utile unipolare per poi passare alle condizioni limiti del corto circuito relativo.

Come appare dalla fig. 6, la corrente di carico i' nei due avvolgimenti 2 e 3 delle due colonne A e B interessa gli avvolgimenti 1 dal lato di alimentazione delle stesse colonne. Non si hanno, quindi, come è noto, squilibri di amperspire sulle due colonne in questione. Perciò non si

manifestano nè campi magnetici a sequenza zero con richiusura attraverso il cassone, nè forti squilibri delle tensioni di fase, come inevitabilmente accade nei trasformatori con collegamento stella-stella senza neutro accessibile e inserito sul lato di alimentazione nelle analoghe condizioni di esercizio. A causa però delle dimensioni finite degli avvolgimenti e della loro distribuzione topografica relativa, sorgono fenomeni che non si riscontrano negli altri casi esaminati, nè in altri tipi di trasformatori.

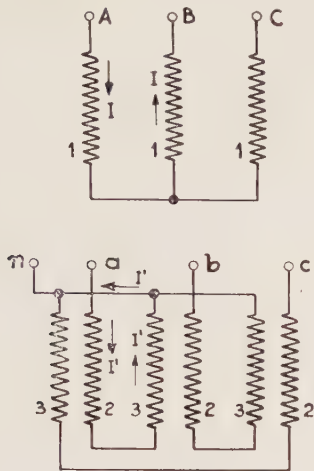


Fig. 6. — Carico unipolare sul lato collegato a zig-zag.

La caratteristica di questo caso di carico in trasformatori collegati a zig-zag è determinata dalla circostanza che i flussi dispersivi tra gli avvolgimenti percorsi da corrente delle due colonne A e B, per la disposizione spaziale degli avvolgimenti secondo la fig. 3, assumono valori differenti; e precisamente il flusso dispersivo Φ_{d13B} tra gli avvolgimenti 1 e 3 della colonna B è maggiore del flusso dispersivo Φ_{d12A} tra gli avvolgimenti 1 e 2 della colonna A. Ciò significa che del flusso di dispersione Φ_{d13B} soltanto l'aliquota corrispondente al flusso di dispersione Φ_{d12A} può richiudersi attraverso lo spazio dispersivo dei due avvolgimenti 1 e 2 della colonna A, mentre la rimanente aliquota ($\Phi_{d13B} - \Phi_{d12A}$) si richiuderà attraverso il ferro della colonna C e delle parti dei gioghi che collegano questa colonna alla colonna B. Ne consegue che, pur risultando nulla la somma vettoriale

$$(7) \quad \Phi_{Af} + \Phi_{Bf} + \Phi_{Cf} = 0$$

dei flussi nelle tre colonne, il sistema dei flussi globali concatenati con gli avvolgimenti 1 del lato di alimentazione, cioè dei flussi nel ferro (7) e dei flussi di dispersione Φ_{d12A} e Φ_{d13B} non può presentare una tale proprietà. Da ciò discende che il complesso di questi due sistemi di flussi or ora menzionati dovrà contenere una componente a sequenza zero, che sarà una funzione esclusivamente dei due flussi dispersivi Φ_{d12A} e Φ_{d13B} , la quale genererà una tensione di equilibrio al neutro del trasformatore ed imporrà alla colonna C, i cui avvolgimenti non sono percorsi da corrente, un flusso totale Φ_{cf} che non ha niente a che vedere con il flusso che si manifesta in tale colonna nelle condizioni di funzionamento a vuoto. Poichè tale fenomeno è dovuto alle dimensioni ed alla posizione spaziale relativa dei tre avvolgimenti di una colonna, anche l'entità della tensione di equilibrio al neutro degli avvolgimenti, come pure il valore dei singoli flussi nel ferro (7), è una funzione delle dimensioni di tali avvolgimenti.

Questi flussi, al pari della tensione di equilibrio al neutro, si possono determinare facilmente.

Si hanno, infatti, le seguenti relazioni:

$$(8) \quad \begin{cases} K(\dot{U}_A - \dot{U}_B) = \Phi_{Af} + \Phi_{d12A} - (\Phi_{Bf} - \Phi_{d13A}) \\ K(\dot{U}_A - \dot{U}_C) = \Phi_{Af} + \Phi_{d12A} - \Phi_{Cf} \end{cases}$$

in cui K è una costante che vincola, secondo la legge d'induzione, numericamente il flusso ad una tensione.

Da (8) si ottiene:

$$(9) \quad 3K\dot{U}_A = 2\Phi_{Af} + 2\Phi_{d12A} - (\Phi_{Bf} + \Phi_{cf} - \Phi_{d13B})$$

oppure:

$$(10) \quad 3K\dot{U}_A = 3\Phi_{Af} + 2\Phi_{d12A} - (\Phi_{Af} + \Phi_{Bf} + \Phi_{cf} - \Phi_{d13B}).$$

Tenendo conto di (7) si può anche scrivere:

$$(11) \quad 3K\dot{U}_A = 3\Phi_{Af} + 2\Phi_{d12A} + \Phi_{d13B}$$

da cui si ricava:

$$(12) \quad \Phi_{Af} = K\dot{U}_A - \frac{2\Phi_{d12A} + \Phi_{d13B}}{3} = K\dot{U}_A - \Phi_{d12A} - \frac{\Phi_{d13B} - \Phi_{d12A}}{3}.$$

Sostituendo ora il valore (12) in (8) si ha:

$$(13) \quad \begin{cases} \Phi_{Bf} = K\dot{U}_B + \Phi_{d13B} - \frac{\Phi_{d13B} - \Phi_{d12A}}{3} \\ \Phi_{Cf} = K\dot{U}_C - \frac{\Phi_{d13B} - \Phi_{d12A}}{3} \end{cases}$$

Ma:

$$(14) \quad \begin{cases} K\dot{U}_A = \Phi_{A0} \\ K\dot{U}_B = \Phi_{B0} \\ K\dot{U}_C = \Phi_{C0} \end{cases}$$

non sono altro che i flussi a vuoto nelle tre colonne corrispondenti alle tensioni di fase \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C .

Da (12) e (13) si può, quindi, scrivere anche:

$$(15) \quad \begin{cases} \Phi_{Af} = \Phi_{A0} - \Phi_{d12A} - \frac{\Phi_{d13B} - \Phi_{d12A}}{3} \\ \Phi_{Bf} = \Phi_{B0} + \Phi_{d13B} - \frac{\Phi_{d13B} - \Phi_{d12A}}{3} \\ \Phi_{Cf} = \Phi_{C0} - \frac{\Phi_{d13B} - \Phi_{d12A}}{3} \end{cases}$$

Messi sotto questa forma, si nota immediatamente che ognuno dei flussi a carico nelle tre colonne possiede una componente:

$$(16) \quad \Phi_0 = \frac{\Phi_{d13B} - \Phi_{d12A}}{3},$$

eguale in grandezza e fase per ogni colonna, cioè una componente a sequenza zero, nonostante che la somma vettoriale dei tre flussi (15), a conferma di (7) sia nulla. Questa componente a sequenza zero è evidentemente una funzione del carico, cioè della corrente I' circolante nei due avvolgimenti parziali 2 e 3 delle colonne A e B del lato a zig-zag, e precisamente essa è dovuta esclusivamente al fatto che i flussi dispersivi Φ_{d12A} e Φ_{d13B} delle due colonne A e B, come è stato già accennato, sono differenti tra loro. A conferma delle considerazioni di carattere fisico impostate sopra, questa componente scomparirà solo se, con una adeguata disposizione spaziale dei tre avvolgimenti, si realizzerà l'eguaglianza dei flussi dispersivi Φ_{d12A} e Φ_{d13B} , cioè quando, dal punto di vista delle dispersioni magnetiche, i due avvolgimenti parziali 2 e 3 saranno simmetrici rispetto all'avvolgimento 1 di alimentazione.

In caso contrario, sussistendo la componente unidirezionale (16), essa darà luogo al neutro dell'avvolgimento di alimentazione ad una tensione di squilibrio avente le stesse proprietà del flusso (16) da cui essa prende origine ed al quale essa risulterà proporzionale.

A conferma di ciò si può determinare questa tensione, che si indicherà con \dot{U}_0 , anche per altra via. Essa, infatti, dovrà soddisfare contemporaneamente le tre relazioni seguenti:

$$(17) \quad \begin{cases} K(\dot{U}_A - \dot{U}_0) = \dot{\Phi}_{Af} + \dot{\Phi}_{d12A} \\ K(\dot{U}_B - \dot{U}_0) = \dot{\Phi}_{Bf} - \dot{\Phi}_{d13B} \\ K(\dot{U}_C - \dot{U}_0) = \dot{\Phi}_{Cf} \end{cases}$$

Sostituendo ora in (17) le espressioni (14) e (15) si ottiene come risultato comune:

$$(18) \quad \dot{U}_0 = \frac{\dot{\Phi}_{d13B} - \dot{\Phi}_{d12A}}{3K}$$

come in effetti s'è previsto e dal quale si risale facilmente alla relazione (16).

Per considerazioni di carattere pratico sarà opportuno riferire la tensione \dot{U}_0 al valore di una tensione di fase della linea.

Passando ora ai valori scalari, si ottiene con (14):

$$(19) \quad e_0 = \frac{U_0}{U_A} = \frac{I}{3} \left(\frac{\Phi_{d13B}}{\Phi_{A0}} - \frac{\Phi_{d12A}}{\Phi_{A0}} \right)$$

o, ciò che è lo stesso,

$$(20) \quad e_0 = \frac{e_{d13} - e_{d12}}{3}$$

in cui e_{d13} e e_{d12} hanno il significato dei valori omonimi della relazione (5).

Dalla formula (20) risulta chiaro che con carico unipolare sul lato a zig-zag, a cui corrisponda sul lato di alimentazione la corrente nominale I , la tensione percentuale di squilibrio (20), premessa la usuale disposizione spaziale dei tre avvolgimenti di ogni colonna secondo la fig. 3, assume valori trascurabili, appena percettibili con gli abituali strumenti di misura industriale, anche se il neutro sul lato di alimentazione fosse accessibile, permettendo la sua determinazione pratica. Essa, però non è più trascurabile qualora si verifichi un corto circuito in esercizio con alimentazione a piena tensione nominale, in quanto, in tal caso, i flussi di dispersione assumono, necessariamente, valori prossimi a quelli dei flussi a vuoto.

Questa situazione pone immediatamente un problema di ordine pratico, quello cioè della tensione verso massa, non trascurabile, che assume il neutro sul lato di alimentazione di questo tipo di trasformatori non solo, come in qualsiasi altro tipo di trasformatori in caso di una messa a terra franca di una fase della linea di alimentazione, ma anche ogni qualvolta si verifichi in esercizio un corto circuito unipolare sul lato connesso a zig-zag.

A maggiore chiarimento delle condizioni di lavoro esaminate, è stato riportato in fig. 7 il diagramma vettoriale dei flussi dispersivi e di quelli nel ferro delle tre colonne, mentre la fig. 8 indica in maniera succinta e schematica il corrispondente andamento spaziale.

Per ciò che concerne il vincolo numerico tra le correnti in gioco e le tensioni di alimentazione, si può stabilire facilmente la relazione che intercede tra esse riportandosi al caso di un corto circuito bipolare in un trasformatore con collegamento stella-stella degli avvolgimenti sui due lati e tenendo presente solo la condi-

zione che ora la induttanza di dispersione tra gli avvolgimenti percorsi da corrente delle due colonne A e B , contrariamente al tipo di trasformatore menzionato come paragone, è differente.

Si ha quindi vettorialmente:

$$(21) \quad \dot{U}_A - \dot{U}_B = j(X_{d13,1} + X_{d12,1})I$$

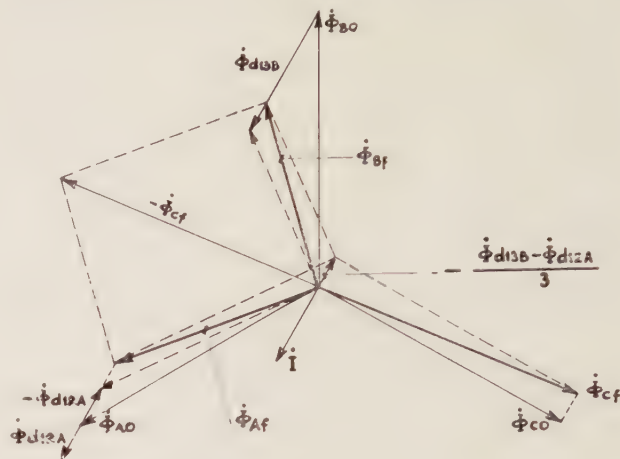


Fig. 7. — Diagramma vettoriale dei flussi dispersivi e nel ferro delle colonne per il caso di fig. 6.

cioè in valore assoluto:

$$(22) \quad U_A = \frac{X_{d13,1} + X_{d12,1}}{\sqrt{3}} I$$

Evidentemente la caduta totale di tensione stabilita dalla corrente di corto circuito I non si ripartisce uniformemente sulle due fasi di alimentazione A e B in

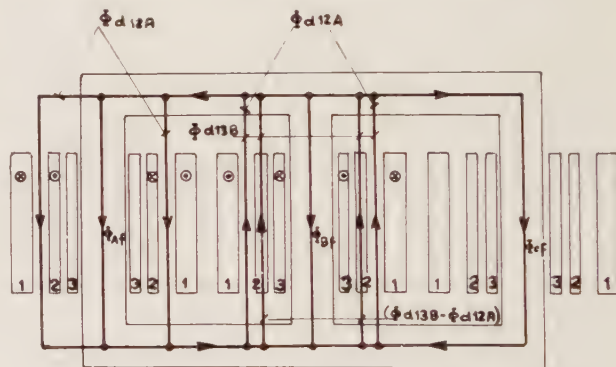


Fig. 8. — Andamento spaziale schematico dei flussi del diagramma di fig. 7.

serie tra loro nei riguardi della differenza di potenziale $\dot{U}_A - \dot{U}_B$. Portando in corto la tensione \dot{U}_0 di squilibrio al neutro degli avvolgimenti non è difficile stabilire il contributo che ogni coppia di avvolgimenti 1-3 e 1-2 percorsi da corrente delle due colonne A e B fornisce al risultato globale espresso dalla formula (21), potendo in tal modo definire una vera e propria reattanza di corto circuito di ognuna delle due fasi di alimentazione alla stessa maniera come per il caso del corto circuito tripolare. Ma anziché procedere a ciò, sembra più opportuno, agli effetti pratici, far rilevare che, anche per questo tipo di corto circuito, a parità di corrente I nelle fasi di alimentazione interessate, la relativa corrente I' negli avvolgimenti parziali 2 e 3 del lato a zig-zag assume un valore differente da quello che si manifesta nel corto circuito tripolare e bipolare. Ed in-

fatti nel caso presente alle amperspire della corrente I dell'avvolgimento 1 si contrappongono su ognuna delle due colonne le amperspire, eguali tra loro, della corrente di uno solo degli avvolgimenti parziali 2 o 3 del lato a zig-zag. A seguito di ciò, la corrente sul lato a zig-zag, a parità di corrente I , è molto maggiore che nel caso più sfavorevole finora riscontrato del corto circuito tripolare.

D'altra, parte da un confronto della relazione (21) con le espressioni (4) e (6) si nota che ora la reattanza di dispersione $X_{d23,1}$ tra i soli avvolgimenti parziali 2 e 3 non interviene direttamente nella limitazione della corrente di corto circuito I , ma solo indirettamente, in quanto il valore di $X_{d23,1}$ influisce anche sul valore delle reattanze $X_{d13,1}$ e $X_{d12,1}$.

Concludendo, si può quindi affermare che nel trasformatore con collegamento a zig-zag degli avvolgimenti sul lato di utilizzazione, ogni tipo di corto circuito presenta le sue particolarità tanto nei riguardi del valore della corrente negli avvolgimenti del lato a zig-zag, quanto agli effetti della reattanza di dispersione totale degli avvolgimenti che, per una data tensione di fase sul lato di alimentazione, definisce la corrente di corto circuito da questo lato.

CONCLUSIONI PRATICHE.

Con le considerazioni finora svolte si è mostrato che l'abituale misura in corto circuito tripolare non è sufficiente per avere un giudizio completo del comportamento di trasformatori muniti di un avvolgimento a zig-zag nei riguardi di tutte le possibili condizioni di carico tripolare, bipolare e soprattutto unipolare a cui esso viene assoggettato nell'esercizio pratico. Dalle relazioni (4), (6), e (22) si desume che con una misura tripolare ed una misura unipolare è possibile individuare numericamente la somma delle reattanze dispersive $X_{d12,1} + X_{d13,1}$ tra le coppie di avvolgimenti 1-2, 1-3 e la reattanza dispersiva $X_{d23,1}$ relativa alla sola coppia 2-3 degli avvolgimenti parziali del lato a zig-zag che caratterizza, secondo la formula (4) ed il diagramma di fig. 2, la dispersione supplementare alla quale si è accennato all'inizio. Questa osservazione appare tanto più appropriata, in quanto non è infrequente la richiesta da

parte di taluni esercenti, di limitare considerevolmente il campo di tolleranza del $\pm 10\%$, previsto dalle Norme per la misura di corto circuito, riducendolo al $\pm 5\%$. In considerazione di quanto sopra esposto, sorge spontanea la domanda se una tale limitazione è effettivamente giustificata anche nell'interesse dell'esercizio pratico. È ben vero che la reattanza di dispersione supplementare $X_{d23,1}/3$, come è stato già osservato, rappresenta un'aliquota piuttosto modesta della reattanza globale che si misura in corto circuito tripolare, ma è altrettanto vero che essa risulta dallo stesso ordine di grandezza delle richieste tolleranze del $\pm 5\%$, il che significa che, al limite, agli effetti del carico unipolare, che è poi quello che particolarmente interessa per questo tipo di trasformatori, lo scarto tra valore reale della reattanza di dispersione e quello accettato con la tolleranza del $\pm 5\%$, può arrivare esattamente a quel 10% delle Norme che non si vuol far valere. Perciò, anche premesso che una richiesta di tolleranze ridotte possa avere effettivamente la sua giustificazione pratica per qualche caso di esercizio, una tale esigenza, per lo meno per trasformatori con collegamento a zig-zag, può rispondere all'intento solo se è contemporaneamente accompagnata dall'ulteriore richiesta di una misura in corto circuito unipolare; in caso contrario essa può risultare addirittura illusoria e quindi non conforme allo scopo. Ciò tanto più, in quanto, con una disposizione spaziale degli avvolgimenti diversa da quella rappresentata in fig. 3, è possibile costruire un trasformatore trifase con un avvolgimento a zig-zag, che presenti una reattanza dispersiva totale in corto circuito tripolare considerevolmente diversa da quella relativa al corrispondente corto circuito unipolare dello stesso trasformatore e cioè notevolmente più piccola. Questo stato di cose può essere rilevato solo eseguendo, in sede di collaudo, le due misure menzionate.

Manoscritto pervenuto il 28 giugno 1960.

BIBLIOGRAFIA

- [1] U. Rösch: *Verfahren zur Berechnung der Kurzschlussspannung von Transformatorenwicklungen in Zick-Zack-Schaltung*. «E. und M.», 1953, pag. 125÷131.

UNA PERTURBAZIONE NELLE TURBINE KÁPLAN CON ADDUTTORE SPIRALIFORME E SUOI POSSIBILI EFFETTI DANNOSI

ANASTASIO ANASTASI (*)

Nelle turbine Káplan con adduttore spiraliforme, la chiusura rapida determina una azione asimmetrica sulla ruota, particolarmente grave nelle macchine a bassa caduta. Ne può conseguire lo strisciamento della ruota contro il mantello, e, in certi casi, l'impuntamento per attrito di una pala e la sua rottura. Così si spiegano due incidenti verificatisi in una macchina di un impianto.

1. — Nella centrale del Basso Nera, appartenente all'Azienda Elettricità ed Acque del Comune di Roma (A.C.E.A.), sono installati due gruppi idroelettrici con ruote Káplan del diametro di m 4,20, a cinque pale, mozzo in parte sferico del diametro di m 1,85.

Ogni gruppo è capace, secondo il capitolato, di smaltire normalmente $104 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ sotto la caduta di 11,90 m; ma la portata può effettivamente approssimarsi a $120 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ quando la caduta raggiunga o superi alquanto i 12 m e il distributore e la ruota siano ampiamente aperti.

Il numero di giri in servizio normale è di 125 al minuto.

Dal canale scoperto l'acqua arriva a ciascun distributore mediante un condotto di muratura a spirale, in pressione.

Le turbine, di fabbricazione «Tosi», sono munite del noto regolatore accelerato-tachimetrico a mercurio ed acqua ideato parecchi anni addietro dall'Ing. A. Cita e successivamente perfezionato in modo che risponda alle esigenze di regolazione di una centrale idroelettrica moderna.

I due gruppi hanno al loro attivo un lungo periodo di servizio, svoltosi in parte prima del collaudo che è avvenuto nel 1957; il loro comportamento è stato sempre lodevole nei riguardi della prestazione e del rendimento, che al collaudo risultarono superiori ai minimi contrattuali; in servizio il loro andamento è tranquillo.

Le ruote delle turbine sono collocate ad una profondità conveniente sotto il livello normale dell'acqua nel canale di scarico, e così è evitato ogni pericolo di danni per cavitazione.

Si deve dire, in sostanza, che trattasi di due macchine pienamente adeguate alle condizioni d'impianto, bene progettate e bene costruite.

2. — Nonostante le ottime qualità ora accennate, una delle due turbine, che nel seguito si indicherà col n° 1, fu sede di due incidenti assai gravi, fra loro molto simili, verificatisi con l'intervallo quasi esatto di due anni il 10 marzo 1954 e il 16 marzo 1956. Il primo capitò di notte, probabilmente per corto circuito in linea: ne vennero lo scatto dell'interruttore di macchina, l'aumento della velocità angolare dell'albero, l'intervento del regolatore e la chiusura rapida del distributore; seguirono ad intervallo brevissimo forti rumori e scuotimenti della macchina, dovuti, come dopo si poté riconoscere, alla rottura netta di una pala (v. figg. 1 e 2). Il frammento staccatosi (pesante circa

800 kg) fu trovato poi nel condotto di scarico-diffusore; ma si ebbero ragioni serie per ritenere che esso si fosse adagiato in primo tempo sulle altre pale della ruota ancora in movimento, capovolto in confronto alla sua posizione ordinaria.

L'ispezione accurata della parete del pozzo della



Fig. 1. — Il mozzo della ruota Káplan, col troncone di pala rimasto, dopo l'incidente del marzo 1954.



Fig. 2. — Il frammento di pala staccatosi dalla ruota nell'incidente del 1954.

turbina lasciò rilevare, fra l'altro, varie tracce di strisciamento delle pale della ruota contro il mantello d'acciaio: la più notevole di esse aveva la forma di una lunga e profonda incisione, inclinata sull'orizzontale e saliente da sinistra a destra, cioè nello stesso senso del moto del lembo esterno delle pale (v. fig. 3). L'andamento di tale incisione indusse in primo tempo a pensare che la rottura fosse stata provocata da un corpo estraneo, metallico, trasportato dalla corrente e insinuatosi come un cuneo fra la parete e la ruota: la quale lo avrebbe trascinato, piegandosi e infine spezzandosi. Ma non fu trovata alcuna prova materiale a

* Prof. ANASTASIO ANASTASI, Emerito dell'Università di Roma.

sostegno di questa ipotesi, che del resto era scarsamente attendibile dal punto di vista idrodinamico, e infine essa venne abbandonata.

Nessuna spiegazione sicura dell'incidente poté essere data allora, e fu necessario contentarsi di ammettere che la causa probabile della rottura fosse di natura idrodinamica, ma non esattamente precisabile:



Fig. 3. — Profonda abrasione, lunga più di 80 cm, ad andamento elicoidale, rilevata sul mantello metallico della macchina dopo l'incidente del 1954.

legata comunque ai noti fenomeni transitori che possono sorgere a valle del distributore delle turbine idrauliche in seguito alla intercettazione rapida della corrente. La rottura si ritenne anche facilitata, ma non determinata, dalla modestia alquanto accentuata della resilienza del materiale della pala (acciaio inossidabile fuso).

Il secondo incidente capitò di giorno mentre erano in corso i preparativi per le prove di collaudo e fu più grave del precedente: due rotture di pale, una analoga a quella del primo incidente, l'altra al perno. Sembrò che questa seconda rottura fosse una conseguenza di quella dell'altra pala, la quale, drizzatasi nello spazio fra distributore e ruota, puntò qua e là e danneggiò pure abbastanza gravemente alcune parti fisse della macchina.

L'ispezione del pozzo della turbina lasciò rilevare, fra i numerosi segni di urti e strisciamenti, una traccia di abrasione analoga per andamento e forma a quella notata dopo il primo incidente e rappresentata come si è detto dalla foto fig. 3, ma di profondità alquanto maggiore. Le due abrasioni erano relativamente vicine e situate entrambe nella zona del mantello d'acciaio che è, all'ingrosso, diametralmente opposta a quella cui sovrastano i condotti del distributore alimentati dalla parte terminale della spirale adduttrice.

Nell'impianto non c'era (perchè non poteva prevedersene l'utilità) alcuno strumento di precisione registratore atto a dare la misura dei piccoli intervalli di tempo corsi tra i momenti più singolari del fenomeno transitorio durante il quale avvennero le rotture. Così la successione cronologica dei singoli avvenimenti, svoltisi inaspettatamente e con grande rapidità, risultò solo in modo vago dalle impressioni del personale presente, che apparteneva in parte alla A.C.E.A. e in parte alla Tosi (le impressioni erano state ancora più incerte all'atto del primo incidente, verificatosi di notte, con personale di sorveglianza ridottissimo). Inoltre tali impressioni non furono concordanti: il personale dell'A.C.E.A. affermò con grande convinzione che fra l'istante d'inizio della chiusura (denunciato dal sibilo caratteristico dell'entrata d'aria dalle apposite valvole nello spazio fra distributore e ruota) e l'istante in cui rumori fortissimi entro la macchina manifestarono all'esterno il verificarsi delle rotture, trascorse un in-

tervallo brevissimo, nettamente minore di due secondi; il personale della Tosi dichiarò invece, fra l'altro, che tale intervallo fu notevolmente maggiore, più che doppio del valore precedente.

Chi scrive questa nota dette al principio una certa importanza alla dichiarazione del personale della A.C.E.A., perchè essa era in buon accordo con alcune deduzioni del calcolo da lui eseguito e consegnato nell'Appendice al termine del presente scritto. Ma la grave discordanza fra le due dichiarazioni toglie ad entrambe qualunque valore ineccepibilmente probativo e perciò conviene non tenerne conto.

D'altra parte le tracce importanti di abrasione dianzi notate costituiscono una documentazione eloquente, ed anche sufficiente come base delle considerazioni che qui si espongono nel seguito.

3. — Nell'epoca del secondo incidente gli ingegneri della Tosi avevano eseguito sull'altra turbina della centrale, rimasta sempre regolarmente in servizio, la misura bene approssimata del tempo impiegato dal distributore per chiudersi automaticamente dopo un distacco brusco del carico ed avevano rilevato con una certa sorpresa che tale intervallo, nel caso di distacco totale del carico massimo, aveva appena il valore di 1,6 secondi: minore della metà del massimo consentito dal capitolato relativo alla fornitura. Ciò poté verificarsi perchè la «registrazione» (o «taratura») degli apparati regolatori era stata fatta solo in via provvisoria al tempo dell'entrata in servizio delle turbine, con riserva di procedere alla definitiva in occasione delle operazioni di collaudo ed in base a misure accurate.

Comunque, i tecnici della Tosi, riferendosi agli incidenti verificatisi, ritennero giustamente di doverli attribuire, prima di tutto, alla troppo grande rapidità della chiusura e provvidero senz'altro ad aumentarne notevolmente la durata mediante una nuova prudente «registrazione» dei regolatori delle due macchine.

Sulla base delle indagini da loro eseguite, in parte anche teoriche, e di calcoli necessariamente approssimativi, ritennero infine che l'intero processo degli incidenti, conseguenti alla chiusura rapidissima del distributore, avesse avuto lo svolgimento qui appresso indicato:

- a) prosecuzione per inerzia del movimento della colonna liquida nel condotto di scarico-diffusore e distacco di vena a valle della ruota;
- b) annullamento della velocità della colonna liquida in oscillazione e suo riflusso verso l'alto;
- c) urto violento dell'acqua rifluente, non più dotata di moto rotatorio, contro la ruota girante velocemente: gravissima azione frenante subita da questa, scuotimento e sobbalzo di tutto il complesso, rottura di una o più pale per superato limite di resistenza.

A convalida di questo insieme di ipotesi gli ingegneri della Tosi vollero anche riferirsi ad incidenti analoghi avvenuti in impianti all'estero ed a misure di tempi potute eseguire con cura sufficiente in qualcuno di essi.

L'autore di questo scritto ammise ed ammette che la chiusura estremamente rapida del distributore abbia potuto provocare il distacco di vena ed il conseguente movimento oscillatorio della colonna liquida nel condotto diffusore, l'urto dell'acqua rifluente contro la ruota ed il suo contributo allo scuotimento dell'intero gruppo; ma ritiene fermamente che nel caso particolare di cui si discorre la rottura di una pala si spieghi in maniera più coerente e chiara come effetto di un altro fenomeno transitorio, anch'esso provocato dalla chiusura rapida del distributore: anche perchè resta spiegato implicitamente come le altre pale possano non aver subito avarie e nemmeno deformazioni, apprezzabili mediante misure accurate d'officina.

Il seguito del presente scritto è appunto rivolto allo studio di questo fenomeno e del processo distruttivo che ne può conseguire: quale si è verificato con ogni probabilità per ben due volte nella centrale del Basso Nera.

L'idea di tale evento ed il desiderio di farne l'oggetto di una indagine ben fondata sono sorti dalla considerazione attenta delle due tracce di abrasione rilevate sul mantello d'acciaio della turbina e già notate al n° 2. Colpì soprattutto il fatto che le due abrasioni erano analoghe di forma, andamento ed entità e situate entrambe nella zona del mantello che si è indicata in precedenza; non sembrò ragionevole assumere senz'altro che queste coincidenze fossero casuali; si volle quindi ricercare se in seguito alla chiusura molto rapida potessero essere sorte azioni tali da spingere (elasticamente) la ruota contro la detta zona della parete, e se, iniziandosi così lo strisciamento di una pala contro il mantello, ne potesse essere derivato l'*impuntamento* con le conseguenze disastrose che effettivamente si ebbero.

Le indagini eseguite hanno dato risposte affermative alle precedenti domande. Conviene avvertire, sebbene non sia indispensabile, che, riparate le avarie della turbina danneggiata, anche il gruppo n° 1 fu rimesso in servizio e tutto si è svolto da allora senza dar luogo ad alcun rilievo. Anche le vertenze di natura amministrativa derivate dalle avarie e dalle conseguenti lunghe interruzioni del servizio sono state nel frattempo risolte. Perciò gli incidenti riferiti si possono oramai considerare esclusivamente sotto l'aspetto dell'interesse che fatti di tal genere suscitano nei tecnici. In altre parole, tali avvenimenti sono da riguardare soltanto come l'occasione che ha dato lo spunto al presente studio: il quale si pubblica, non tanto per insistere su una particolare spiegazione degli incidenti del Basso Nera, quanto per il fine generale di richiamare l'attenzione su un fenomeno (per quanto è noto all'A., finora poco studiato), che, in determinate circostanze sfavorevoli, può avere effetti veramente non desiderabili.

4. — La configurazione di un condotto spiraliforme in pressione, adduttore dell'acqua al distributore di una turbina, si progetta, come è noto, in maniera che al regime normale della macchina la portata si distribuisca uniformemente lungo la superficie (di solito cilindrica) tangente al bordo d'uscita delle direttrici, salvo l'influenza dell'attrito sulle superfici di queste. Il flusso dal distributore si scosta alquanto da tale uniformità agli altri regimi possibili di funzionamento, senza che ciò porti alcun inconveniente apprezzabile; ma lo scostamento diviene momentaneamente considerevole durante i passaggi rapidi da un regime all'altro e soprattutto nel caso di chiusura rapida per distacco brusco di tutto il carico. In questo caso, l'inerzia della vena liquida, che è forzata a rallentare il suo movimento, determina un aumento della pressione lungo il condotto adduttore: la pressione diviene temporaneamente variabile, crescente, dall'inizio del condotto a spirale fino alla parte terminale ristretta. La conseguenza ovvia è che le velocità d'efflusso dalle varie luci del distributore, che vanno restringendosi di conserva, sono transitoriamente differenti e così pure le portate: i cui valori istantanei sono spazialmente crescenti col procedere dalle luci che corrispondono all'inizio della spirale a quelle che corrispondono al termine.

Pertanto l'azione dell'acqua sulla ruota non è uniformemente distribuita intorno all'asse, come a regime: essa non è più riducibile ad una coppia che torce l'albero (coppia motrice) e ad una forza assiale, ma ne nascono altresì una forza orizzontale nel piano medio della ruota, che tende a flettere l'albero, ed un'altra

coppia, pure flettente, dovuta alla risultante non centrata delle forze parallele all'asse. Così sollecitato, tutto il sistema «ruota-albero-sostegno» si deforma alquanto inflettendosi: il fenomeno però non è statico, ma dinamico, perchè le forze variano con grande rapidità.

In dipendenza della causa della sollecitazione asimmetrica, la flessione ha un orientamento determinato e calcolabile, almeno in via approssimativa; si può dire senz'altro che la ruota è spinta trasversalmente verso quella zona del mantello che giace, presso a poco, dalla parte opposta alla frazione del distributore dalla quale l'acqua fluisce con le velocità più grandi.

Quando le forze squilibrate raggiungano valori relativamente grandi e quando il giuoco fra ruota e mantello sia relativamente piccolo come nelle turbine del Basso Nera (dove, secondo i disegni di progetto, è di 2 mm, contro un diametro di ruota di 4200), può avvenire che qualche pala vada a toccare il mantello e vi strisci con forza ⁽¹⁾. Non sempre questo sfregamento avrà conseguenze spiacevoli: i suoi effetti potranno restare limitati a qualche traccia sulla parete ed a qualche sbavatura del lembo delle pale; ma per forme particolari di queste, e quando una di esse tocchi il mantello attraverso una zona speciale del suo lembo periferico e vi preme con forza sufficiente per un tempo non estremamente piccolo, potrà verificarsi quel che nella meccanica tecnica va sotto il nome di *impuntamento*.

L'impuntamento di una pala equivale ad un ostacolo praticamente insormontabile che essa incontra nel suo cammino; e poichè la grande inerzia delle masse ruotanti del gruppo impone la prosecuzione del movimento dell'albero, la resistenza intrinseca della pala sarà superata ed essa si spezzerà come un fucello.

Affinchè ciò sia ben chiaro, gioveranno le considerazioni seguenti.

5. — Si immagini un sistema meccanico fatto secondo lo schema della fig. 4, nella quale *a* è un albero sostenuto in modo conveniente e girevole entro un cilindro cavo *c*; *b* è un corpo incastrato nell'albero *a* mediante un peduncolo *p* e limitato da una superficie curva tangente a *c* in un certo punto *T*.

Si ammette che fra *b* e *c* si eserciti un leggero forzamento, sufficiente per determinare nel corpo *b*, e parti-

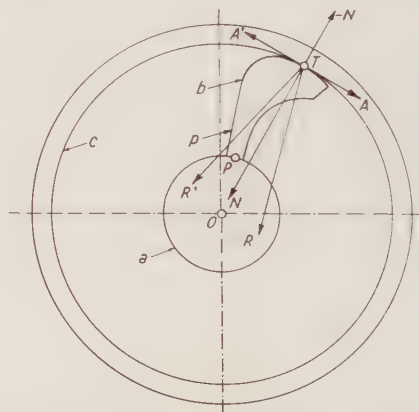


Fig. 4. — Schema di dispositivo meccanico con organo rotante suscettibile di impuntamento.

⁽¹⁾ Il fenomeno qui descritto sommariamente è stato sottoposto a uno studio teorico per riconoscere, sia pure approssimativamente, l'ordine di grandezza dell'azione asimmetrica dell'acqua e l'entità probabile delle sue conseguenze.

Per non appesantire la descrizione degli eventi più importanti prevedibili, la teoria, limitatamente alle basse cadute che sole interessano, e l'applicazione dei suoi risultati alle turbine della centrale del Basso Nera, sono date nell'Appendice al termine del presente scritto.

colarmente nel peduncolo p che è relativamente sottile, una piccola deformazione elastica di flessione.

Si supponga ora che l'albero a sia sollecitato a ruotare da destra a sinistra (senso contrario a quello degli indici di un orologio): sorgerà immediatamente in T una resistenza d'attrito A contraria al moto, la quale darà un contributo positivo al momento di flessione cui è dovuta la deformazione di b e tenderà perciò a far diminuire il contributo della pressione mutua N , cioè la stessa N . Vinta la resistenza d'attrito A , il moto si effettuerà ed avrà i caratteri della stabilità dinamica, perchè ad ogni incremento eventuale dell'attrito corrisponderà una diminuzione di N , cioè una tendenza a ricondurre l'attrito al valore originario.

L'albero a sia invece sollecitato a ruotare da sinistra a destra e si supponga che il valore del coefficiente d'attrito (o, per dir meglio, di aderenza) sia tale che, data la configurazione del sistema, la linea della risultante R' di N e della nuova resistenza tangenziale A' cada a sinistra del baricentro P della sezione d'incastro del peduncolo p . In queste condizioni la rotazione sarà impedita per *impuntamento*. Infatti la forza R' tende ad imprimere al corpo b uno spostamento elastico assimilabile ad una piccola rotazione da destra a sinistra intorno al baricentro P e per conseguenza a far crescere la pressione mutua N e quindi la stessa R' ; e ciò fino a quando non venga eventualmente superata la resistenza del più debole degli organi impegnati nel fenomeno, così che esso si deformi permanentemente o si rompa.

Si può notare incidentalmente che, se si disponessero regolarmente intorno ad a diversi corpi come b e si rendesse girevole anche c intorno all'asse comune, il sistema potrebbe impiegarsi come *congegno di ruota libera ad aderenza* ⁽²⁾; ma quelli di tal genere correntemente usati sono preferibili ⁽³⁾.

6. — Si consideri ora una comune ruota Káplan ad asse verticale. La fig. 5 ne rappresenta in proiezione orizzontale una pala b , accoppiata al mozzo a mediante un perno p di asse x : la forma e le proporzioni del disegno sono presso a poco quelle delle pale delle turbine del Basso Nera.

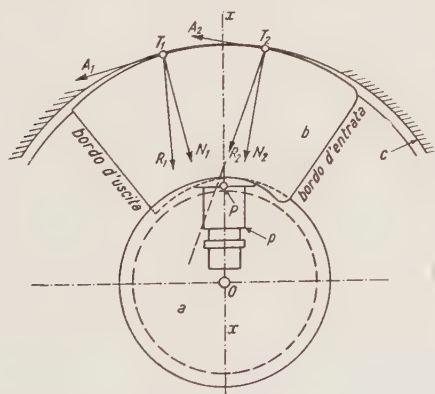


Fig. 5. — Schema di una pala Káplan e condizioni necessarie perchè ne avvenga l'impuntamento contro la parete.

Ruota la pala nel suo senso normale, cioè da sinistra a destra, e si supponga che, in seguito ad una chiusura rapida, le forze dissimetriche poste dianzi in evidenza

⁽²⁾ L'*impuntamento* ha avuto varie applicazioni utili nella tecnica corrente: forse l'esempio più antico si ritrova nel *barletto* del banco da falegname, attrezzo quanto mai ingegnoso nella sua estrema semplicità.

⁽³⁾ Cfr. p. es., Chapitre XI, E: *Encliquetages sans dents*, nel libro di J. BRONDEL: *Accouplements-Joints de Cardan - Encliquetages* - Dunod, Paris, 1961.

la costringano a strisciare contro il mantello c , la cui superficie interna è almeno in parte sferica per ragioni note. Il contatto della pala col mantello può avvenire in regioni differenti del suo lembo periferico e le conseguenze potranno essere molto diverse.

Ove il contatto si verifichi in una zona del lembo arretrata verso il bordo d'uscita, cioè se il centro T_1 della pressione mutua si trovi dietro l'asse x , la flessione elastica della pala col suo perno p , dovuta alla pressione mutua N_1 ed all'attrito A_1 che ne dipende, non tende ad incrementare la N_1 e quindi l'attrito, ma a farla decrescere alquanto: il fenomeno, transitorio, gode nei riguardi delle forze in giuoco di una certa stabilità come nella rotazione da destra a sinistra del congegno considerato al n° 5; lo strisciamento si esaurisce senza alcuna conseguenza spiacevole, anche se la pressione mutua abbia raggiunto un valore momentaneo rilevante.

Se, al contrario, il contatto si verifichi in una zona di centro T_2 , avanzata, nel moto, rispetto all'asse Ox del perno, e se la risultante R_2 della reazione normale N_2 e dell'attrito A_2 cada, nella figura, a sinistra del baricentro P della sezione del perno che può ritenersi di suo incastro nel mozzo, la deformazione elastica dell'insieme pala-perno, dovuta alla R_2 , tende ad allontanare il punto T_2 della pala da O , quindi ad accrescere la N_2 , la A_2 e ancora la deformazione, e così di seguito: si verificano dunque le condizioni critiche del secondo caso considerato al n° 5, che provocano l'*impuntamento*.

Giova notare che questa situazione pericolosa può verificarsi nelle turbine del Basso Nera, dopo contatto con la parete, anche per valori del coefficiente d'attrito minori di 0,16; inoltre è forse utile ricordare che ove i due corpi a contatto comincino a scalfirsi vicendevolmente, all'attrito subentra l'*ingranamento* (ingrippamento) ed il rapporto fra la forza tangenziale e la forza normale assume valori molto più alti di quelli che si possono attribuire al coefficiente d'attrito fra superficie abbastanza regolari.

Si deve ritenere che non basti la tendenza iniziale all'*impuntamento* perchè questo si aggravi in ogni caso, con conseguenze catastrofiche. Affinchè ciò avvenga è invero necessario, prima di tutto, che sia abbastanza grande l'azione dissimetrica considerata al n° 4, la cui intensità è in ragione diretta della rapidità della chiusura (cfr. l'Appendice). Inoltre bisogna che la pala, toccato il mantello anteriormente all'asse Ox , non se ne stacchi prima di aver avuto il tempo di deformarsi fino ad impuntarsi duramente. Infatti il fenomeno degli spostamenti elastici qui considerato è dinamico e ovviamente oscillatorio, per cui il contatto col mantello può durar poco e non adescare l'*impuntamento*; ma può anche avvenire che la durata dello strisciamento forzato sia abbastanza rilevante in relazione al breve tempo che un punto della periferia della pala impiega per compiere qualche metro di percorso (0,036 secondi circa al metro nelle turbine del Basso Nera), per cui l'*impuntamento*, iniziatosi, persista e si aggravi fino a dare gli effetti spiacevoli già descritti.

Convien ancora notare che una pala Káplan è inclinata sul piano del moto anche durante la chiusura, e che essa è svergolata elicoidalmente, per cui l'inclinazione è crescente dalla periferia al mozzo. Ciò le conferisce una deformabilità relativamente grande in presenza di forze sollecitanti periferiche giacenti inizialmente nel piano del moto: la sua deformazione non è piana, nè di sola flessione (la cosiddetta *flessione deviata*), ma anche di torsione; e lo spostamento conseguente del suo lembo sollecitato deve avere una componente verticale verso l'alto nel caso che qui si sta considerando. Sembra quindi ragionevole concludere che quando la pala venga trascinata dall'albero nonostante l'*impuntamento*, con accrescimento della sua deformazione fin

oltre i limiti di elasticità, prima, e poi di resistenza, il suo lembo a contatto col mantello sarà forzato a spostarsi orizzontalmente e verticalmente insieme, cioè con moto pressochè elicoidale. Ciò è avvenuto con tutta probabilità nella centrale del Basso Nera, come provano le tracce di abrasione rilevate.

È opportuno ripetere, sebbene possa essere giudicato superfluo, che le forze ingenti capaci di determinare la rottura di una pala in seguito ad impuntamento provengono dall'inerzia delle grandi masse ruotanti del gruppo e non hanno più niente di comune, si può dire, col modestissimo attrito periferico sorto dall'iniziale strisciamento contro la parete. Questo attrito non fa che adescare il fenomeno, il quale ha poi uno sviluppo suo proprio, in un certo senso indipendente dalla causa occasionale che lo ha determinato.

7. — Le deduzioni precedenti, fondate sulle proprietà ben note dell'appoggio con attrito fra corpi solidi, sarebbero da ritenere ineccepibili: tanto da fugare qualsiasi dubbio che una pala Káplan, concorrendo talune circostanze sfavorevoli, possa impuntarsi contro il mantello e rompersi. Tuttavia si è voluto istituire una modesta prova per avere almeno una conferma sperimentale di tale possibilità.

Le figg. 6 e 7 rappresentano il piccolo congegno adoperato: la prima è una fotografia dell'oggetto, l'altra ne mostra le particolarità costruttive. Entro un anello

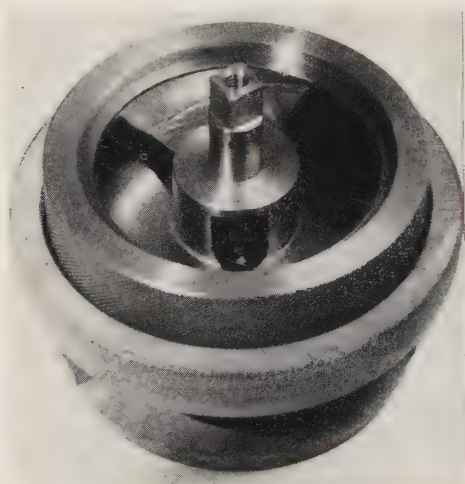


Fig. 6. — Piccolo congegno nel quale si può far avvenire l'impuntamento della paletta rotante contro l'anello esterno.

d'acciaio a superficie interna sferica del diametro di 87 mm circa (ricavato da un cuscinetto a rotolamento del tipo oscillante) è sistemato l'alberello *a*, che si può far girare manovrando il volantino *v*; una paletta *b* è collegata per mezzo di un perno *p* di asse *x* al mozzo *m*, che è parte dell'albero *a*; l'inclinazione della paletta sul piano del moto, che è perpendicolare all'asse dell'anello *c*, può essere scelta a piacere prima di stringere il dado *d*, dopo di che rimane invariabile.

L'asse di rotazione del sistema alberello-paletta può essere spostato di poco, senza che ne vari la direzione, per mezzo del dispositivo eccentrico risultante dal disegno. Quando tale asse coincida con quello dell'anello *c*, sussiste fra questo e la paletta un giuoco di 0,1 mm circa, che è in proporzione alquanto maggiore di quello che si riscontra nelle turbine del Basso Nera fra ruota e mantello. La paletta ha all'ingrosso le proporzioni delle pale di tali turbine, ma non si può dire che vi sia similitudine: fra l'altro, per semplicità di costruzione, non ne ha lo svergolamento elicoidale.

Data alla paletta *b* l'inclinazione opportuna, come

si vede nella fig. 6, e disposto dapprima l'alberello in posizione centrata, lo si collochi a occhio in una situazione adatta, per cui, spostandone l'asse di rotazione, la paletta vada a premere con forza sufficiente

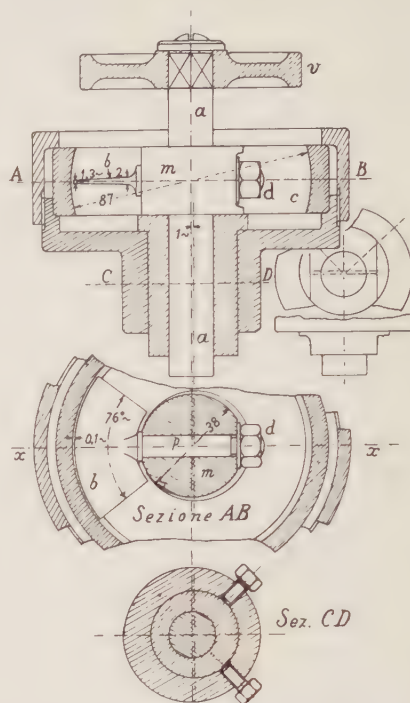


Fig. 7. — Particolari costruttivi del congegno della fig. 6.

(ma non eccessiva) contro l'anello *c* e lo tocchi per punti di una zona del suo lembo periferico la quale sia avanti all'asse *x* nel caso in cui l'alberello ruoti da sinistra a destra; si tenti infine di imprimere questa rotazione: si rileva che il tentativo non raggiunge il suo scopo, giacchè vi si oppone una resistenza relativamente molto grande, inaspettata, che è praticamente insuperabile quando le operazioni descritte siano state eseguite in maniera adeguata. Si ha, per dirla in breve, l'impuntamento previsto nei paragrafi precedenti.

Al contrario, la rotazione è possibile da destra a sinistra, anche per un giro quasi completo: vi contrasta solo l'attrito periferico, che si vince senza difficoltà. È il caso della rotazione da destra a sinistra considerato al paragrafo 5 per il sistema della fig. 4.

Anche volendo prescindere dalle dimensioni in verità assai piccole del modello e dall'assenza di una similitudine bene approssimata, si deve riconoscere che la prova descritta, puramente statica, è molto lontana dalle complesse condizioni dinamiche, praticamente non riproducibili, nelle quali può avvenire l'impuntamento di una pala Káplan. Pertanto il risultato dell'esperienza non deve essere riguardato per se stesso come una dimostrazione di tale possibilità, ma può essere accettato solo come una utile conferma pratica, in aggiunta a quanto è stato detto nei paragrafi precedenti.

8. — CONCLUSIONI. Le considerazioni svolte nei numeri 4, 5 e 6, appoggiate sotto l'aspetto quantitativo allo studio analitico esposto nell'Appendice e per lo meno non contraddette dalla modesta esperienza descritta al n° 7, permettono di concludere come segue.

a) In un impianto di turbina Káplan ad asse verticale, a bassa caduta, con adduzione per condotto spiraliforme in pressione e con giuoco fra ruota e mantello circostante relativamente piccolo, in seguito ad una chiusura molto rapida del distributore può avvenire

che una pala vada a strisciare contro una zona approssimativamente determinata del mantello medesimo.

b) Qualora il contatto della pala col mantello si verifichi per una parte del suo contorno che sia in avanti, nel movimento, rispetto all'asse del perno di accoppiamento col mozzo, essa può subire *impuntamento*; e, data la grande inerzia delle parti ruotanti del gruppo, essere sollecitata tanto gravemente da doversi deformare fino alla rottura.

c) Considerata la forma di una pala Káplan, è ragionevole presumere che, mentre è costretta a deformarsi come ora si è detto, l'orlo che striscia contro il mantello debba spostarsi anche in direzione verticale, cosicchè la traccia dello strisciamento abbia un andamento elicoidale.

d) Poichè le tracce di strisciamento (con abrasione) rilevate sul mantello della turbina n°1 del Basso Nera hanno appunto un andamento elicoidale e si trovano entrambe nella zona determinata accennata in a), si è indotti a ritenere come molto probabile che la pala rotti nel primo incidente e almeno una delle due rotti nel secondo si siano impuntate contro il mantello e quindi spezzate.

Non si esclude che un'onda di riflusso nel condotto di scarico-diffusore, prodottasi in seguito a distacco di vena, abbia potuto contribuire ad aggravare le manifestazioni esteriori degli incidenti.

Il comportamento sempre ineccepibile dell'altra turbina della centrale del Basso Nera non è in contrasto con le conclusioni precedenti. Il tempo di chiusura del distributore vi era in origine estremamente basso, come si è già detto; tuttavia essa aveva potuto sostenere numerosi distacchi di carico, alcuni gravi, non solo senza subire avarie, ma anche senza dare alcun segno di sollecitazioni considerevoli dal basso verso l'alto. Sebbene i due impianti siano praticamente identici, il differente comportamento in presenza di una chiusura molto rapida può ricevere una spiegazione assai semplice qualora si ammetta — certo senza difficoltà — che nella turbina n° 2 il giuoco fra ruota e mantello nella zona pericolosa sia risultato all'atto del montaggio poco maggiore (di qualche decimo di millimetro) dell'analogo della macchina n° 1.

Da tutto quel che precede discendono infine alcuni insegnamenti.

Il primo è che non bisogna aggravare la sollecitazione transitoria squilibrata della ruota, imponendo al distributore una chiusura troppo rapida per il piacere che gli scarti massimi di velocità restino contenuti entro limiti molto stretti. Un compromesso ragionevole fra le opposte esigenze sarà preferibile, come è quasi sempre nelle questioni tecniche. Come è stato già ricordato, a questo criterio si ispirò infine saggiamente la ditta fornitrice delle turbine del Basso Nera, sebbene partisse da premesse differenti da quelle sviluppate nel presente scritto.

Il secondo insegnamento è che conviene lasciare giuochi non eccessivamente piccoli fra le ruote ad elica e le pareti delle turbine di grandi dimensioni, anche se ciò debba incidere di qualche poco (e certamente poco!) sulle caratteristiche di prestazione delle macchine.

APPENDICE

EFFLUSSO DA UN DISTRIBUTORE IN FASE DI CHIUSURA.

1. — L'efflusso da un distributore come quello delle turbine del « Basso Nera », al quale l'acqua arriva da un condotto a spirale, non è suscettibile di uno studio razionale semplice quando lo si consideri durante la fase transitoria di chiusura. D'altra parte l'impiego di mezzi analitici assai complessi e di troppo lungo sviluppo non sarebbe proporzionato allo scopo della presente ricerca, che è quello, abbastanza modesto, di far acquistare un'idea sufficientemente chiara,

qualitativa, dell'andamento di alcuni fenomeni e di determinarne con grossolana approssimazione qualche dipendente grandezza di particolare interesse.

Si comincia perciò dal considerare il caso molto semplice, rappresentato schematicamente nella fig. 1A, di una condotta di sezione costante A_1 , orizzontale, lunga l metri, convenientemente raccordata, da una parte, a un grande serbatoio d'acqua mantenuto a livello costante e munita, all'estremo terminale, di una bocca di efflusso regolabile fino a chiusura completa.

Sia Q la portata di regime quando la bocca ha la massima luce d'efflusso Ω . Si ammette uguale praticamente a zero

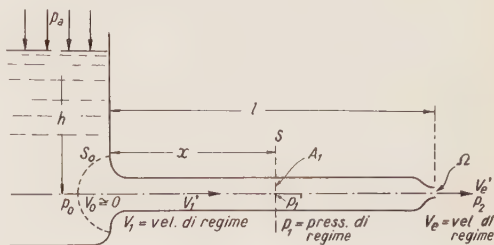


Fig. 1A. — Schema di una condotta con unica bocca di efflusso (a chiusura rapida).

la velocità V_0 in una sezione S_0 fatta nell'interno del serbatoio, a conveniente distanza dallo imbocco. Nel baricentro di tal sezione, la pressione assoluta, con le notazioni della figura e significando γ il peso specifico del liquido, ha il valore

$$(1) \quad p_0 = p_a + \gamma h.$$

Le velocità di regime nella condotta e nella vena effluente dalla bocca sono:

$$(2) \quad V_1 = \frac{Q}{A_1}; \quad V_e = \frac{Q}{\Omega}.$$

Si considera solo il caso ideale di assenza di resistenze dissipative. Sia p_2 la pressione assoluta, costante per ipotesi, immediatamente a valle della bocca d'efflusso e indichi p_1 la pressione assoluta di regime nella condotta, anch'essa costante a causa delle ipotesi precedenti.

Sono ovvie le seguenti equazioni:

$$(3) \quad \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma},$$

$$\frac{V_1^2 - V_e^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = 0;$$

da cui

$$(4) \quad -\frac{V_e^2}{2g} + \frac{p_0 - p_2}{\gamma} = 0.$$

2. — Si consideri ora la fase di rallentamento della corrente nella condotta per chiusura graduale della bocca d'efflusso e si applichi l'apice (') ai medesimi simboli precedenti, per indicare le nuove grandezze variabili.

Si osserva prima di tutto, che, volendo fare infine riferimento all'impianto del Basso Nera, la lunghezza l della condotta deve ritenersi breve, dell'ordine di una trentina di metri. In queste condizioni il *ritmo* vi è, forse, dell'ordine di $1/10$ di secondo, e perciò la chiusura, per quanto rapida relativamente alla turbina, è molto lenta relativamente alla condotta. Si conclude che i fenomeni determinati dalla chiusura si possono esaminare facendo astrazione dalla elasticità dell'acqua e della parete.

Ritenuto ancora

$$V_0' = V_0 = 0; \quad p_0' = p_0 = p_a + \gamma h;$$

indicata con a l'accelerazione *locale* in ogni sezione della condotta, si ha in sostituzione della prima delle (3) l'equazione ben nota ⁽¹⁾

$$(5) \quad -\frac{V_1'^2}{2g} + \frac{p_0 - p_1'}{\gamma} - \frac{ax}{g} = 0$$

L'accelerazione ora considerata è costante lungo la condotta, ossia è funzione del tempo soltanto, perchè, essendo costante l'area A_1 della sezione, è nulla l'accelerazione *convettiva*

$$\frac{\partial V_1'}{\partial x} V_1'.$$

Si può dunque scrivere

$$(6) \quad a = \frac{\partial V_1'}{\partial t} = \frac{dV_1'}{dt}.$$

Si assume ora che la portata diminuisca con legge lineare nel tempo di chiusura T_c : ne segue che a è costante anche rispetto al tempo e vale

$$(7) \quad a = -\frac{V_1'}{T_c}.$$

La velocità V_1' in ogni sezione della condotta ha dunque l'espressione

$$(8) \quad V_1' = V_1 + at = V_1 \left(1 - \frac{t}{T_c}\right),$$

con $T_c > t > 0$.

La pressione assoluta p_1' varia lungo la condotta in funzione di x e di t . Per mettere ciò in evidenza la indicheremo con $p_{1',t}$. In forza delle equazioni (5) e (8) la sua espressione è

$$(9) \quad \frac{p_{1',t}}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - \frac{V_1^2}{2g} \left(1 - \frac{t}{T_c}\right)^2 + \frac{V_1 x}{g T_c}.$$

Si vede che $p_{1',t}$ cresce con x , e in ogni sezione cresce anche col tempo t . Al termine della condotta ($x = l$) la pressione in un dato istante è più grande che in qualsiasi altra sezione e vale

$$(10) \quad \frac{p_{1',t}}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - \frac{V_1^2}{2g} \left(1 - \frac{t}{T_c}\right)^2 + \frac{V_1 l}{g T_c}.$$

Trascurata l'influenza della accelerazione locale entro la bocca d'efflusso (che si ritiene di lunghezza relativamente molto breve), si può scrivere:

$$(11) \quad \frac{V_1'^2 - V_e'^2}{2g} + \frac{p_{1',t} - p_2'}{\gamma} = 0.$$

3. - A regime è

$$a = \frac{dV_1'}{dt} = 0;$$

dopo, appena iniziatasi la chiusura, giusta l'ipotesi ammessa circa il modo di variare della portata, l'accelerazione a dovrebbe assumere di colpo un valore finito negativo.

Ovviamente ciò non può avvenire per ragioni varie, quali la elasticità degli organi solidi, la necessità che la velocità di chiusura cresca gradualmente a partire da zero, ecc.

Perciò conviene esaminare un poco più da vicino l'andamento dei fenomeni al cominciare della manovra di chiusura, abbandonando per un momento la ipotesi $a = \text{costante}$.

In forza della precedente assunzione della incompressibilità dell'acqua, valgono in generale la (6) e l'equazione di continuità

$$(12) \quad Q' = A_1 V_1' = \Omega' V_e'.$$

Da questa, essendo A_1 costante, si ha differenziando:

$$\frac{dQ'}{dt} = A_1 \frac{dV_1'}{dt} = \Omega' \frac{dV_e'}{dt} + V_e' \frac{d\Omega'}{dt};$$

e dividendo per la (12):

$$(13) \quad \frac{1}{Q'} \frac{dQ'}{dt} = \frac{1}{V_1'} \frac{dV_1'}{dt} = \frac{1}{V_e'} \frac{dV_e'}{dt} + \frac{1}{\Omega'} \frac{d\Omega'}{dt}.$$

Si ammette ora, per semplicità, che durante il breve intervallo della chiusura la pressione assoluta a valle della bocca d'efflusso rimanga invariata:

$$(14) \quad p_2' = p_2.$$

Consegue per la (11) e la (5), quest'ultima specializzata per la sezione terminale della condotta a monte della bocca,

$$\frac{V_e'^2}{2g} - \frac{V_1'^2}{2g} - \frac{p_{1',t}}{\gamma} + \frac{p_2}{\gamma} = \frac{dV_1'}{dt} \frac{l}{g};$$

da queste si ha infine

$$(15) \quad \frac{V_e'^2}{2g} - \frac{p_0 - p_2}{\gamma} - \frac{dV_1'}{dt} \frac{l}{g} = 0.$$

Mentre la manovra di chiusura è in corso senza soste, Ω' è decrescente, cioè $\frac{d\Omega'}{dt} < 0$.

Supponiamo ora che, ciò nonostante, sia nulla la derivata $\frac{dV_1'}{dt}$ per un breve intervallo finito Δt di T_c : in altri termini, che ci sia una sosta, anche brevissima, nella diminuzione della portata. Allora deve annullarsi necessariamente il 2° membro della (13); e questo impone che sia $\frac{dV_e'}{dt} > 0$.

Ora la (15) e la (4) dicono che V_e' è costante e uguale a V_e quando sia $\frac{dV_1'}{dt} = 0$, perchè $\frac{p_0 - p_2}{\gamma}$ è costante. Si con-

clude che l'ipotesi $\frac{dQ'}{dt} = 0$ non è compatibile con Ω' decrescente: alla chiusura continua, senza soste, deve corrispondere sempre una diminuzione della portata e di V_1' . In altre parole, dalla condizione $\frac{d\Omega'}{dt} < 0$ consegue sempre $\frac{dV_1'}{dt} < 0$; e, per le equazioni (4) e (15):

$$\frac{V_e'^2}{2g} > \frac{V_1'^2}{2g}.$$

Poichè a regime $\frac{dV_1'}{dt}$ è nulla e, dopo, questa accelerazione deve diventare finita negativa, è chiaro che lungo una frazione iniziale del tempo di chiusura la $\frac{dV_1'}{dt}$ deve crescere in valore assoluto a partire dallo zero. Riterremo verosimile che tal frazione di T_c , necessaria perchè $\frac{dV_1'}{dt}$ raggiunga il suo più alto valore (assoluto), che si è supposto costante, sia molto piccola. Ciò autorizza altresì ad ammettere, per approssimazione, che il detto valore finale sia quello espresso dalla (7) e che valga per tutto l'intervallo di tempo T_c .

Dopo ciò, la (15) prende la forma seguente, che sarà impiegata nei calcoli ulteriori.

$$(16) \quad \frac{V_e'}{2g} = \frac{p_0 - p_2}{\gamma} + \frac{V_1 l}{g T_c}.$$

Si osserva, incidentalmente, che già l'Allievi mise in evidenza che l'effetto iniziale di ogni manovra di chiusura di una bocca collocata al termine di una condotta è in contra-

⁽¹⁾ Cfr., p. es., ANASTASI: *Macchine a fluido*. - Ediz. Cremonese, Roma, 1956, vol. 2°, pag. 430.

sto con lo scopo che si vuole raggiungere, giacchè cresce la velocità di efflusso e con essa, in primo tempo, la potenza della vena fluente nonostante che la portata diminuisca.

4. - Consideriamo ora un caso meno semplice di quello rappresentato dalla fig. 1A.

Si abbia, come in precedenza, una condotta a seguito di un serbatoio a livello costante, munita non più di una sola bocca di estremità, ma di più bocche uguali, contigue, distribuite in modo uniforme su una lunghezza l_2 e regolabili simultaneamente fino a chiusura completa (fig. 2A). Il tronco di lunghezza l_2 si intende rastremato in guisa che, a regime, la velocità abbia il medesimo valore in tutte le sezioni trasversali (¹).

Tutte le deduzioni precedenti sono valide per il tronco privo di bocche di efflusso e di lunghezza l_1 , purchè si ammetta ancora la variazione lineare della portata durante il tempo di chiusura T_e . Ma i fenomeni non sembrano egualmente semplici lungo il tronco di lunghezza l_2 . Mentre la portata diminuisce, la pressione cresce certamente da S_1 a T , com'è necessario per il rallentamento della corrente, ma ciò determina una velocità d'efflusso V_e' (dalle varie bocche) crescente dalla sezione S_1 all'estremo terminale T . L'ipotesi del rallentamento con legge molto semplice, ammessa nel caso di una sola bocca di estremità, a dir vero non appare accettabile senza qualche perplessità per il tronco di efflusso S, T : non si esclude, in altre parole, che la accelerazione (locale) $a < 0$ possa avere lungo tal tronco valori

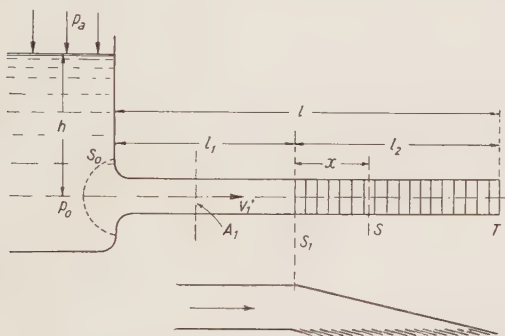


Fig. 2A. — Schema di una condotta con più bocche di efflusso uniformemente distribuite (a chiusura rapida simultanea).

dipendenti da x . Ma una indagine analitica al riguardo, probabilmente impossibile con procedimenti diretti, avrebbe in ogni modo una complicazione sproporzionata ai vantaggi che potrebbe dare in vista dello scopo cui qui si mira: anche perchè, fra l'altro, la realtà nel caso di una turbina è notevolmente lontana dallo schema semplificato della fig. 2A, giacchè la condotta S_1T non è rettilinea, ma incurvata a spirale; l'area della sezione trasversale è variabile in modo alquanto differente da quello immaginato; le resistenze dissipative sono presenti, ecc.

Tutto ciò considerato, si ammette ancora, con approssimazione grossolana, che sia valida per l'intera condotta la equazione (9), opportunamente modificata nella forma. Così, ponendo sempre $p_2' = p_2 = \text{costante}$, si deduce la seguente equazione analoga alla (16)

$$(I7) \quad \frac{V_e'^2}{2g} = \frac{p_0 - p_2}{\gamma} + \frac{V_1}{gT_e} (l_1 + x),$$

che dà il modo di calcolare i valori approssimativi di $V_{e'x}$ lungo il tronco di efflusso $S_1 T$.

Per determinare, coerentemente, la pressione lungo il condotto di efflusso, si dovrà impiegare la seguente equazione analoga alla (10):

$$(18) \quad \frac{p_{1'x,t}}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - \frac{V_1^2}{2g} \left(1 - \frac{t}{T_c} \right)^2 + \frac{V_1(l_1 + x)}{g T_c}.$$

(³) Questo, che qui si ammette per una condotta rettilinea, non è esattamente vero, per ragioni note, nel caso di una condotta incurvata a spirale.

La pressione ha in ogni tempo il suo maggior valore in fondo alla condotta ($x = l_2$); è massima alla fine della manovra di chiusura ($t = T_c$).

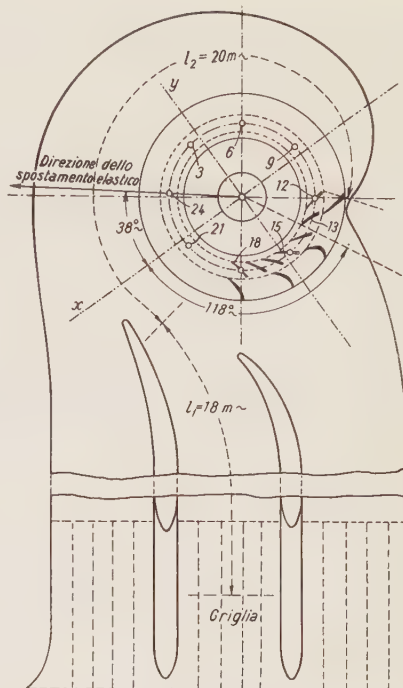


Fig. 3A. — Schema planimetrico della condotta di adduzione a spirale e del distributore delle turbine Káplan della centrale del Basso Nera.

APPLICAZIONE ALLE TURBINE DELLA CENTRALE DEL BASSO
NERA.

5. — Per applicare i risultati precedenti alle turbine del Baso Nera, si fa riferimento allo schizzo planimetrico della fig. 3a, che è schematico, ma sufficiente per far vedere l'andamento del condotto spirale da cui l'acqua va al distributore. Le grandezze geometriche che interessano saranno indicate in seguito secondo la necessità.

Occorre senza dubbio un poco di buona volontà per assimilare tale schema a quello della fig. 2A, ma ciò si ritiene lecito in relazione allo scopo limitato (più volte dichiarato) del presente studio.

Le lunghezze l_1 ed l_2 , misurate sulle linee medie dei condotti (fig. 3A), hanno i seguenti valori approssimativi

$$l_1 = 18, \quad l_2 = 20 \text{ m.}$$

Una parte del distributore si presenta frontalmente ad uno dei tre rami in parallelo del condotto di adduzione; il resto, che è la più gran parte, riceve l'acqua dal condotto spirale. Per non introdurre nuove complicazioni, si assume che il condotto spirale fornisca l'acqua, lateralmente, a tutto il distributore. Questo ha 24 direttrici, numerate come nella figura.

L'area totale della sezione del primo tronco della condotta, fra la griglia e la camera spirale, non è propriamente costante, ma varia poco da un estremo all'altro. Fatto riferimento alla media, si trova, tenuto conto della situazione altimetrica non riprodotta nella fig. 3A,

$$A_1 = 11 \times 6,50 \simeq 71 \text{ m}^2.$$

L'area totale di efflusso dal distributore a piena apertura è, con buona approssimazione,

$$\Omega = 18 \text{ m}^2;$$

quest'area non è distribuita sull'arco di lunghezza l_2 , ma sulla circonferenza che sta all'interno di quello, è tangente all'orlo di uscita delle direttrici ed ha il diametro $D_1 = 4,40$ m circa nella posizione di massima apertura.

Si assume che, nelle condizioni in cui si verificarono gli incidenti, i dati di funzionamento, a regime, fossero, con riferimento alla fig. 2A,

$$h = 12 \text{ m}; \quad Q = 120 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1};$$

inoltre, che il tempo totale di chiusura fosse quello breve già dichiarato

$$T_c = 1,6 \text{ s}.$$

I valori delle velocità corrispondenti a tale regime sono

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{120}{71} = 1,69; \quad V_e = \frac{Q}{\Omega} = \frac{120}{18} = 6,67 \text{ m s}^{-1}.$$

Quindi (cfr. equaz. (1) e (4)):

$$\frac{p_0}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} + h \simeq 10 + 12 = 22 \text{ m};$$

$$\frac{p_0 - p_2}{\gamma} = \frac{V_e^2}{2g} = 2,3 \text{ m};$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = 19,7 \text{ m}.$$

Durante il tempo di chiusura T_c , i valori dei carichi agiuntivi d'inerzia sono:

$$\frac{V_1 l_1}{g T_c} = \frac{1,69 \times 18}{9,8 \times 1,6} \simeq 1,94 \text{ m};$$

$$\frac{V_1 x}{g T_c} = \frac{V_1 l_2}{g T_c} \cdot \frac{x}{l_2} = \frac{1,69 \times 20}{9,8 \times 1,6} \cdot \frac{x}{l_2} = 2,16 \frac{x}{l_2}.$$

Giova notare subito che il rapporto $\frac{x}{l_2}$, che figura in quest'ultima espressione, può essere interpretato, con riferimento alla fig. 2A come frazione della lunghezza del condotto rettilineo su cui è distribuita la luce di efflusso; o anche, con riferimento alla fig. 3A, come frazione della circonferenza tangente internamente alle direttrici.

Assegnati alla frazione $\frac{x}{l_2}$ valori crescenti di $\frac{1}{8}$ alla volta da zero fino all'unità, mediante le precedenti espressioni e la equazione (17) sono stati calcolati i valori di

$$\frac{V_1 (l_1 + x)}{g T_c}, \quad \frac{V_e'^2}{2g}, \quad V_e' x,$$

che si vedono raccolti nella seguente tabella A.

Questi valori, date le ipotesi, sono funzioni del luogo e non del tempo. Ritenuto che essi siano già raggiunti quando

la portata, diminuita relativamente di poco, ha ancora un valore considerevole, supporremo che questo sia

$$Q' = 100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1},$$

e in base ad esso proseguiremo il calcolo.

La media dei valori di $V_e' x$ è (vedi tabella)

$$V_{e'm} = 10,2 \text{ m s}^{-1};$$

pertanto la luce totale d'efflusso istantanea nel momento in cui la portata prende il valore di $100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ deve essere

$$\Omega' = \frac{100}{10,2} = 9,8 \text{ m}^2,$$

che è poco maggiore della metà di Ω .

In base agli elementi principali conosciuti delle turbine del « Basso Nera » si può ritenere che l'angolo d'efflusso a piena apertura del distributore (angolo fra la V_e e la tangente periferica) sia

$$\alpha_1 = 58^\circ.$$

L'angolo d'efflusso si riduce gradualmente con la manovra di chiusura, e un calcoletto sommario lascia concludere che all'area ridotta $\Omega' = 9,80 \text{ m}^2$ corrisponde approssimativamente l'angolo

$$\alpha_1' = 28^\circ 26'$$

il cui coseno è

$$\cos \alpha_1' = 0,88.$$

In queste condizioni il diametro interno del distributore è un poco maggiore di quello corrispondente alla massima apertura e può ritenersi uguale a

$$D_1' = 4,60 \text{ m circa}.$$

Così la totale luce d'efflusso $\Omega' = 9,8 \text{ m}^2$ deve essere distribuita uniformemente sulla circonferenza di lunghezza $\pi D_1' = 14,40 \text{ m}$; e ad ogni metro di questa circonferenza corrisponde una luce

$$\omega' = \frac{9,80}{14,40} = 0,68 \text{ m}^2/\text{m}.$$

6. — Mediante la (18) può calcolarsi l'aumento di pressione che si verifica alla fine della manovra di chiusura in fondo alla camera spirale. Tale aumento (già notato nella prima riga della tabella, ultima colonna) è computato al disopra della pressione di riposo e vale

$$\frac{V_1 (l_1 + l_2)}{g T_c} = \frac{1,69 \times 38}{9,8 \times 1,6} = 4,10 \text{ m d'acqua}.$$

Giova osservare che il Capitolo speciale per le turbine del « Basso Nera » prescrive che l'aumento di pressione nella camera spirale non superi i 3,50 m d'acqua; ma lo stesso Capitolo informa che la chiusura completa automatica del

TABELLA A.

$\frac{x}{l_2}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$
$\frac{V_1 (l_1 + x)}{g T_c}$	1,94	2,22	2,49	2,76	3,03	3,30	3,57	3,84	4,10
$\frac{V_e'^2}{2g}$	4,25	4,52	4,79	5,06	5,33	5,60	5,87	6,14	6,41
$V_e' x$	9,12	9,41	9,69	9,95	10,21	10,46	10,72	10,96	11,20

$$V_{e'm} = \frac{1}{8} \left[\frac{9,12 + 11,20}{2} + 9,41 + 9,69 + 9,95 + 10,21 + 10,46 + 10,72 + 10,96 + 11,20 \right] = \sim 10,2 \text{ m s}^{-1}.$$

distributore deve avvenire in 3,5 secondi. Si deve concludere che l'aumento di pressione (approssimativo) di 4,10 m, calcolato come sopra in base a un tempo di chiusura $T_c = 1,6$ sec è tutt'altro che esagerato.

Ciò conforta anche nei riguardi dell'attendibilità degli altri risultati della presente indagine.

7. — La quantità di moto al secondo, al metro di distributore, si ha moltiplicando $V_{e'x}$ per $\frac{\gamma}{g}$ e per ω' (con che si ottiene la massa al secondo, al metro), indi moltiplicando ancora per $V_{e'x}$: essa vale dunque

$$\frac{\gamma}{g} V_{e'x}^2 \omega'.$$

Numericamente si ottiene moltiplicando le cifre della seconda riga della tabella A per

$$2 \gamma \omega' = 2 \times 1000 \times 0,68 = 1360.$$

Volendo il valore del momento (rispetto all'asse della macchina) della quantità di moto al secondo, al metro di distributore, bisogna moltiplicare per $\cos \alpha_1' = 0,88$ e per il raggio del distributore all'uscita

$$R_1' = 0,5 D_1' = 2,30 \text{ m}.$$

Il momento della quantità di moto si conserva (legge delle aree) quando le masse d'acqua si avvicinano all'asse nel loro movimento turbinoso fra distributore e ruota.

Ora conviene immaginare localizzata l'azione dell'acqua lungo il cerchio medio della ruota, cioè il cerchio luogo dei baricentri dei trapezi elementari nei quali può immaginarsi scomposta la corona circolare delimitata dal mantello (raggio = 2,10 m) e dal mozzo al disopra della parte sferica (raggio = 0,81 m). Tale cerchio dei baricentri ha il raggio

$$R_g = 1,55 \text{ m}.$$

Fatta l'ipotesi semplice che il momento della quantità di moto del liquido si annulli al passaggio attraverso la ruota, il momento della quantità di moto al secondo, al metro di distributore, diviso per il raggio R_g , dà come quoziente la forza, al metro di distributore, applicata alla ruota, tangenzialmente al cerchio medio (1). Ma, per il calcolo che seguirà, interessa avere il valore della forza riferita all'unità d'angolo al centro (rad) anziché al metro di distributore; è ovvio che esso si ottiene moltiplicando la grandezza precedente per il raggio R_1' del distributore.

8. — Lo svolgimento di tutto il calcolo sopra accennato non è punto necessario per lo scopo che qui si vuole raggiungere. Infatti tutte le grandezze dianzi considerate contengono come fattore

$$\frac{V_{e'x}^2}{2g};$$

che in fase di chiusura, giusta l'equazione (17), si compone di due termini: il termine costante

$$\frac{p_0 - p_2}{\gamma} + \frac{V_1 l_1}{g T_c}$$

ed il termine proporzionale ad x , $\frac{V_1 x}{g T_c}$.

Attraverso il sudetto calcolo, il termine costante conduce ad una forza tangenziale uniformemente ripartita lungo il cerchio medio della ruota, forza che non può contribuire in alcun modo a determinare uno spostamento trasversale dell'estremo dell'albero. Pertanto essa non interessa ai fini della presente indagine.

Interessa, al contrario, la forza ripartita in maniera asimmetrica, che proviene dal termine proporzionale ad x ; il cui maggior valore, per $x : l_a = 1$, è 2,16.

(1) L'annullarsi del momento della quantità di moto nello attraversare la ruota avviene nelle buone turbine Káplan quasi esattamente ad ogni regime. Si fa l'ipotesi che lo stesso avvenga in fase transitoria: ciò è alquanto arbitrario; ma sarebbe ugualmente arbitraria una ipotesi differente.

Data la variazione lineare, basta applicare a quest'ultimo valore il procedimento sopra indicato.

Si ha successivamente:

$$\begin{aligned} 2 \gamma \omega' \frac{V_1 l_2}{g T_c} &= 1360 \times 2,16 = 2940 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}; \\ 2 \gamma \omega' \frac{V_1 l_2}{g T_c} R_1' \cos \alpha_1' &= 2940 \times 2,30 \times 0,88 = \\ &= 5950 \text{ kgm} \cdot \text{m}^{-1}; \\ 2 \gamma \omega' \frac{V_1 l_2}{g T_c} \frac{R_1'^2 \cos \alpha_1'}{R_g} &= 5950 \times \frac{2,30}{1,55} = \\ &= 8820 = K_{2\pi} \text{ kg} \cdot \text{rad}^{-1}. \end{aligned}$$

Questo $K_{2\pi}$ è il più grande valore della forza K_φ riferita all'angolo, agente lungo il cerchio medio; la quale varia proporzionalmente all'angolo φ misurato da un raggio origine, da determinare (cfr. fig. 4A). Si può dunque scrivere in corrispondenza all'angolo generico φ :

$$K_\varphi = K_{2\pi} \frac{\varphi}{2\pi} = 8820 \frac{\varphi}{2\pi}.$$

La forza elementare applicata lungo l'arco elementare ds , corrispondente all'angolo $d\varphi$, è $dF_t = K_\varphi d\varphi$.

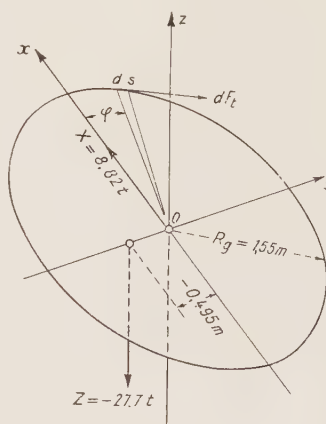


Fig. 4A. — Il cerchio medio della ruota e le azioni asimmetriche provocate dalla chiusura molto rapida.

L'integrale di questa forza (somma aritmetica), esteso da zero a 2π è

$$\int_0^{2\pi} dF_t = 8820 \pi = 27700 \text{ kg};$$

il suo momento M_t vale

$$M_t = 27,7 \times 1,55 = 42,9 \text{ t} \cdot \text{m}.$$

Le componenti di dF_t secondo gli assi (cfr. fig. 4A) sono:

$$dX = -dF_t \sin \varphi = -K_{2\pi} \frac{\varphi}{2\pi} \sin \varphi d\varphi,$$

$$dY = dF_t \cos \varphi = K_{2\pi} \frac{\varphi}{2\pi} \cos \varphi d\varphi.$$

L'integrazione da 0 a 2π dà:

$$X = 8820 \text{ kg}; \quad Y = 0.$$

L'azione torcente della X sull'albero, misurata da M_t , non interessa; importa, al contrario, la sua azione flettente, per cui l'estremo inferiore dell'albero è sollecitato a spostarsi nella direzione Ox positiva.

9. — Alle forze tangenziali dF_t sono necessariamente associate forze dZ perpendicolari al piano xy di rotazione della ruota. Dato il tipo della turbina, non è irragionevole ammettere che il valore numerico di ciascuna dZ sia non minore della corrispondente dF_t : supposto uguale, semplici considerazioni di statica e integrazioni analoghe alle precedenti lasciano concludere che la risultante vale

$$Z = -27\,700 \text{ kg}$$

e che ad essa equivale una forza volta verso il basso, concentrata in un punto del piano xy di coordinate

$$x_0 = 0, \quad y_0 = -0,495 \text{ m.}$$

10. — In base alle dimensioni principali dell'albero della turbina ed ai suoi vincoli, alcuni calcoli approssimativi elementari di deformazioni elastiche per flessione (che qui non si riferiscono per brevità) portano alle conclusioni seguenti:

a) Il punto dell'asse della macchina che trovassi nel piano degli assi dei perni della ruota, sollecitato nella direzione Ox da una forza di X tonn., prende uno spostamento (freccia statica) espresso all'incirca da

$$f_x = 0,06 \cdot X \text{ mm};$$

b) lo stesso punto, sotto l'azione del momento flettente $M_x = Z y_0$ tonn.m, prende nella direzione Oy uno spostamento (freccia statica) espresso da

$$f_y = 0,03 \cdot M_x \text{ mm}.$$

Introdotti nelle due espressioni i valori numerici di X e di M_x , si trova

$$f_x \approx 0,53 \text{ mm}; \quad f_y \approx 0,41 \text{ mm}.$$

Le due frecce si compongono nella risultante

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \approx 0,67 \text{ mm};$$

essa forma con l'asse Ox , nel 1° quadrante, un angolo di 38° circa.

Ma il fenomeno non è statico. Data la rapidità della chiusura, si è invece in presenza di sollecitazioni dinamiche, che notoriamente producono deformazioni momentanee più grandi delle statiche. D'altra parte anche la struttura di sostegno dell'albero, per quanto robusta, è elastica; i cuscinetti non sono privi di giuochi; il piccolo intervallo fra ruota e mantello può non avere dovunque il valore di progetto di 2 mm, ma essere più piccolo in qualche zona.

Tutto considerato, sembra ragionevole ammettere che la subitanea azione asimmetrica, di cui si è trattato fin qui, possa, in determinate circostanze, spingere brutalmente la ruota contro il mantello con forte pressione momentanea e provocare l'impuntamento di una pala quando la posizione di questa rispetto alla direzione della spinta concorra a determinarlo (cfr. il testo che precede questa Appendice, n. 6).

11. — Si deve ora completare questa indagine ricercando qual sia nel piano di rotazione della turbina l'orientamento degli assi Ox e Oy prima considerati.

L'area della corona circolare attraversata dall'acqua nel discendere dal distributore alla ruota è

$$\frac{\pi}{4} (4,2^2 - 1,62^2) = 11,80 \text{ m}^2;$$

quindi la velocità della discesa, quando la portata ha il valore

$$Q' = 100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1},$$

è mediamente

$$V_m = \frac{100}{11,8} \approx 8,50 \text{ m s}^{-1}.$$

Con questa velocità, il tragitto verticale di m 1,86 fra il piano medio del distributore e il piano medio della ruota viene compiuto in

$$\frac{1,86}{8,5} = 0,22 \text{ sec circa.}$$

La maggior velocità di efflusso compete ai condotti del distributore che fanno seguito all'ultimo tratto ristretto della camera spirale (cfr. fig. 3A); il suo valore (tabella A) è

$$V_{e',12} = 11,20 \text{ m s}^{-1}$$

ed ha una componente tangenziale

$$V_{e',12} \cdot \cos \alpha_1' = 11,20 \times 0,88 = 9,85 \text{ m s}^{-1}.$$

Per il teorema delle aree, il momento di questa velocità tangenziale non varia quando il liquido fluente si avvicina all'asse; pertanto sul cilindro medio di raggio $R_g = 1,55$ m essa prende il valore

$$9,85 \times \frac{2,30}{1,55} = 14,6 \text{ m s}^{-1}.$$

Con questa velocità, una particella d'acqua compie in 0,22 sec un percorso orizzontale sul cerchio medio di

$$14,6 \times 0,22 = 3,20 \text{ m},$$

cui corrisponde un angolo al centro

$$\frac{3,20}{1,55} = 2,06 \text{ rad} \approx 118^\circ.$$

La conclusione è che l'asse Ox della fig. 4A dev'essere collocare nella planimetria schematica (fig. 3A) 118° circa in avanti (nel senso della rotazione) rispetto al raggio corrispondente alla direttrice che è in approssimativa continuazione dell'ultimo tratto della camera spirale e che è contrassegnata dal n. 13 d'ordine.

Poichè la direzione dello spostamento elastico calcolato precede a sua volta di 38° l'asse Ox nel senso della rotazione, si conclude che esso è rivolto verso il punto della periferia che dista angolarmente 156° circa dalla direttrice n. 13, cioè verso la zona delle 23° e 24° , cui seguono la 1° , la 2° , ecc.

Un calcoletto eseguito assumendo per la velocità di discesa dei filetti d'acqua più veloci un valore corrispondentemente alquanto più grande del medio (uguale a $8,50 \text{ m s}^{-1}$), conduce a risultati praticamente identici.

Così è chiaro che lo spostamento della ruota può essere avvenuto proprio verso la zona del mantello dove sono rimaste le tracce più cospicue e significative di strisciamento delle pale (cfr. il testo che precede questa Appendice, n. 2 e 3).

Manoscritto pervenuto il 22 febbraio 1961.

CORRELATION FUNCTION OF NON-INDEPENDENT OVERLAPPING PULSE TRAINS

G. BIORCI - P. MAZZETTI (*)

ABSTRACT.

A train of overlapping pulses of equal form and random amplitudes has a correlation function which depends upon the probability distribution of time intervals between successive pulses. If such probability is not of the Poisson type, the correlation function can be expressed as the sum of two series of integrals, which can be summed up, case by case.

INTRODUCTION.

The study of overlapping random pulses of equal form has been widely treated by several authors^(1,2,3) since such processes are frequently met in physical problems. Well known examples of random phenomena of that type are shot noise, electron multiplier noise, Barkhausen noise, and others.

The general aim of those investigations is to find the relationship between correlation function $\psi(\tau)$ or power density spectrum $\Phi_p(\omega)$ of the noise and the shape of the elementary pulse.

Obviously the theories assume an assigned statistical law to which the times of appearance of the pulses obey, or the statistical law of the time intervals between two successive pulses.

As a matter of fact, apart from some general expressions given by S. O. Rice⁽¹⁾ on the mean square value of the noise, the treatments on the subject assume that the pulses are statistically independent, that is the probability distribution of time intervals between successive pulses is of the Poisson type.

This case is really very important in many cases, such as the shot noise, however in other cases it may be interesting to investigate what happens if the pulses are not independent. One of the authors of this paper has faced the problem in studying the Barkhausen noise, where, according to H. Sawada⁽⁴⁾, the time interval distribution is of the type: $P(x) = 4\nu^2 x e^{-2\nu x}$, x being the time interval between two successive pulses, and ν the average frequency of the pulses.

Since the results, worked out with the aim of interpreting the experimental power density spectra of the Barkhausen noise, turned out to be rather general, we think useful to report them here.

Such results, as shown in the following, give the correlation function of a stationary train of pulses of equal but arbitrary shape and random amplitude, having an arbitrary probability density of occurrence of time intervals.

Prof. Ing. GIUSEPPE BIORCI - Dott. Ing. PIERO MAZZETTI dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris - Centro Studi per l'Elettrofisica del CNR - Torino.

(1) S. O. RICE: « Bell Syst. Tech. Journ. », XXIII, p. 282, 1944.

(2) D. MIDDLETON: *An Introduction to Statistical Communication Theory*. - Mc. Graw-Hill Book Company, New York, 1960.

(3) Y. W. LEE: *Statistical Theory of communication*. - J. Wiley, New York, 1960.

(4) H. SAWADA: « Journ. Phys. Soc. Japan », VII, N. 6, pag. 575, 1952.

The final formula gives the correlation function not in finite terms, but in terms of a series of integrals. There are no general rules for summing up such series, and a different approach is needed in each particular case.

The correlation function of a train of pulses obeying the Poisson distribution law is then deduced, as an example and as a check of the correctness of the general formula.

The case of the Sawada distribution will be treated by one of the Authors in an other paper dealing with the Barkhausen noise.

DEFINITIONS.

Let the elementary pulse be represented by the function:

$$(1) \quad a_i F(t)$$

where a_i is called the amplitude of the pulse, and may be different from pulse to pulse. Also, there is no correlation between the amplitudes and the times of appearance of the pulses. In other words, the event of a pulse occurring at a given time t , and the event of it having a given amplitude, are independent.

In every physical problem $F(t)$ is defined only from a certain value t_0 , being null for t less than t_0 , however we can neglect this, and take the origin of the t axis, for instance, where $F(t)$ is maximum (fig. 1).

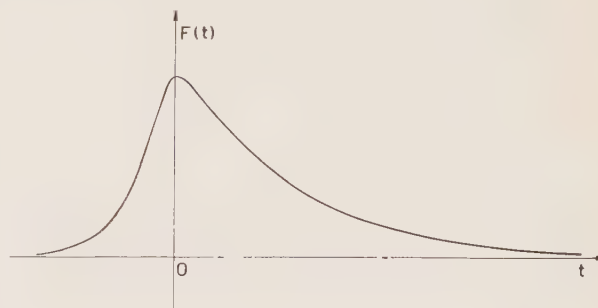


Fig. 1.

Therefore, a pulse which has its maximum value at t_1 will be described as $a_i \cdot F(t - t_1)$ and will be called the pulse « falling » or « occurring » at t_1 .

Now we consider a time interval T in which a large number k of pulses are included.

If we call x_i the time interval between the occurrence of pulse $(i - 1)$ and of pulse i , and we take T such that the first pulse falls at $t = 0$, the function $I(t)$ obtained by overlapping the pulses is given by:

$$(2) \quad I(t) = \sum_{n=0}^k a_n F(t - X_n)$$

where:

$$X_0 = 0; \quad X_n = \sum_{m=1}^n X_m$$

for all values of t within T except in small regions close to $t = 0$ and to $t = T$ where the effect of the pulses occurring outside T is not negligible.

Finally we call $p(x)$ the probability density of the time intervals x between successive pulses.

COMPUTATION OF THE CORRELATION FUNCTION.

The correlation function of $I(t)$ is defined as:

$$(3) \quad \psi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T I(t) \cdot I(t + \tau) dt = \overline{I(t) \cdot I(t + \tau)}$$

From eq. (2) we can deduce the product $I(t) I(t + \tau)$ which can be easily put in the form:

$$(4) \quad I(t) \cdot I(t + \tau) = \sum_{n=0}^k a_n^2 F(t - X_n) \cdot F(t + \tau - X_n) + \sum_{m=1}^k \sum_{n=m}^k [a_n a_{n-m} F(t - X_n) \cdot F(t + \tau - X_{n-m}) + a_{n-m} a_n F(t - X_{n-m}) \cdot F(t + \tau - X_n)]$$

Now we have to operate on eq. (4) according to eq. (3).

The following computations lead to the correct final result: however the procedure here given is not mathematically satisfactory. However, since it is simple and intuitive, and the result is correct, we give it here. The rigorous deduction will be published by one of us elsewhere.

If we introduce in eq. (4) the correlation function $\Phi(\xi)$ of the single pulse, defined by the following relationship:

$$(5) \quad \Phi(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot F(t - \xi) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \cdot F(t + \xi) dt$$

we easily obtain (T is supposed to be very large):

$$(6) \quad \int_0^T I(t) \cdot I(t + \tau) dt = \Phi(\tau) \cdot \sum_{n=0}^k a_n^2 + \sum_{m=1}^k \sum_{n=m}^k [a_n a_{n-m} \Phi(\tau + X_n - X_{n-m}) + a_{n-m} a_n \Phi(X_n - X_{n-m} - \tau)]$$

If \bar{a}^2 and \bar{a}^2 are the mean square value and the square of the mean value of a , and $\bar{\Phi}(X_n + \tau)$ represents the mean value of $\Phi(x_i + x_{i+1} + \dots + x_{i+p-1} + \tau)$, obtained by varying the index i , dividing both sides of eq. (6) by T , we get:

$$(7) \quad \frac{1}{T} \int_0^T I(t) \cdot I(t + \tau) dt = \frac{k+1}{T} \bar{a}^2 \Phi(\tau) + \frac{\bar{a}^2}{T} \sum_{m=1}^k (k-m+1) [\bar{\Phi}(X_m + \tau) + \bar{\Phi}(X_m - \tau)]$$

The limit of the sum of eq. (7), when T and k tend to infinity so that $\frac{k}{T}$ remains constant and equal to ν , do not change by putting all the coefficients of the functions $\bar{\Phi}$ equal to ν , and we get:

$$(8) \quad \psi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T I(t) \cdot I(t + \tau) dt =$$

$$= \nu \{ \bar{a}^2 \Phi(\tau) + \bar{a}^2 \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{m=1}^k [\bar{\Phi}(X_m + \tau) + \bar{\Phi}(X_m - \tau)] \}$$

or

$$(9) \quad \psi(\tau) = \nu \{ \bar{a}^2 \Phi(\tau) + \bar{a}^2 [S_1 + S_2] \}$$

having S_1 and S_2 for the two series appearing in eq. (8). Their general terms can be evaluated by means of the probability distribution $p(x)$:

$$(10) \quad \bar{\Phi}(x_1 + x_2 + \dots + x_p \pm \tau) = \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \dots \int_0^\infty p(x_1) \cdot p(x_2) \dots p(x_p) \cdot \Phi(x_1 + x_2 + \dots + x_p \pm \tau) dx_p$$

In this way the calculation of the correlation function is reduced to sum the two series of integrals S_1 and S_2 , the general term of which is given by eq. (10), and this sum can be performed, in each particular case, by proper mathematical computations.

As an example, let us take an exponential form for $F(t)$:

$$F(t) = e^{-at} \quad (t \geq 0)$$

Then the sum of the series S_1 becomes very easy.

In fact the correlation function $\Phi(\xi)$ becomes in this particular case:

$$(11) \quad \Phi(\xi) = \frac{e^{-a\xi}}{2a}$$

In the general term of the series S_1 the variable ξ is always positive, so that eq. (11) is valid without the absolute value notations, hence we have:

$$(12) \quad \int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_2 \dots \int_0^\infty p(x_1) \cdot p(x_2) \dots p(x_p) \Phi(x_1 + x_2 + \dots + x_p + \tau) dx_p = \Phi(\tau) \int_0^\infty p(x_1) \cdot \Phi(x_1) dx_1 \int_0^\infty p(x_2) \Phi(x_2) dx_2 \dots \int_0^\infty p(x_p) \Phi(x_p) dx_p = \Phi(\tau) \left[\int_0^\infty p(x) \Phi(x) dx \right]^p$$

where:

$$\Phi(\xi) = e^{-a\xi}$$

The sum of the series S_1 becomes that of a geometric series of ratio:

$$(13) \quad q = \int_0^\infty p(x) \Phi(x) dx < 1$$

and it is obviously given by the following expression:

$$(14) \quad S_1 = \Phi(\tau) \frac{q}{1-q}$$

The computation of the series of integrals S_2 cannot be made even in this particular case without specifying the function $p(x)$.

This because the variable ξ of the function $\Phi(\xi)$ is not positive everywhere in the domain of integration of the general term of the series itself, therefore the series cannot be any longer reduced to a geometric series.

Hence, for overlapping random pulses of exponential

shape nothing else can be said in general, and the correlation function remains of the form:

$$(15) \quad \psi(\tau) = \nu \left\{ \bar{a}^2 \Phi(\tau) + \bar{a}^2 \left[\Phi(\tau) \frac{q}{1-q} + S_2 \right] \right\}$$

q being given by eq. (13).

CASE OF INDEPENDENT PULSES.

The case of Poisson distribution of time intervals has been solved by S. O. Rice (1), however we deduce $\psi(\tau)$ in this simple case, in order to verify the correctness of the theory.

In this case the function $p(x)$ takes the form:

$$p(x) = \nu e^{-\nu x}$$

hence the first term of S_2 , still in the assumption of exponential pulses, becomes:

$$\int_0^\infty p(x) \Phi(x-\tau) dx = \frac{\nu}{2\alpha} \int_0^\tau e^{-\nu x} e^{-\alpha(\tau-x)} dx + \\ + \frac{\nu}{2\alpha} \int_\tau^\infty e^{-\nu x} e^{-\alpha(x-\tau)} dx$$

where the integral has been split in two parts, in order to make the exponent negative for all values of x .

The two integrals above can be solved easily, and give

$$\int_0^\infty p(x) \Phi(x-\tau) dx = \frac{\nu}{\alpha^2 - \nu^2} e^{-\nu\tau} - \frac{\nu}{2\alpha(\alpha - \nu)} e^{-\alpha\tau}$$

Similarly, the second term of S_2 ,

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \Phi(x_1 + x_2 - \tau) \cdot p(x_1) \cdot p(x_2) dx_1 dx_2$$

must be split as follows:

$$\int_0^\tau p(x_2) dx_2 \int_0^\infty \Phi(x_1 + x_2 - \tau) p(x_1) dx_1 + \\ + \int_\tau^\infty p(x_2) dx_2 \int_0^\infty \Phi(x_1 + x_2 - \tau) p(x_1) dx_1$$

and again, each integration must be performed in se-

parate steps, in order to fulfill the condition of the variable of Φ being positive. The procedure is rather long, however each step involves integrations of exponentials only. The results for the second term of S_2 turns out to be:

$$e^{-\nu\tau} \left\{ \frac{\nu^2 \tau}{\alpha^2 - \nu^2} + \frac{\nu^2}{2\alpha} \left[\frac{1}{(\alpha + \nu)^2} - \frac{1}{(\alpha - \nu)^2} \right] \right\} + \\ + \frac{\nu^2}{2\alpha(\alpha - \nu)^2} e^{-\alpha\tau}$$

The third term, developed in the same way, leads to:

$$e^{-\nu\tau} \left\{ \frac{\nu^3 \tau^2}{2(\alpha^2 - \nu^2)} + \frac{\nu^3 \tau}{2\alpha} \left[\frac{1}{(\alpha + \nu)^2} - \frac{1}{(\alpha - \nu)^2} \right] \right\} + \\ + \frac{\nu^3}{2\alpha} \left[\frac{1}{(\alpha - \nu)^3} + \frac{1}{(\alpha + \nu)^3} \right] \left\{ - \frac{\nu^3}{2\alpha(\alpha - \nu)^3} e^{-\alpha\tau} \right.$$

and so on.

The terms with the exponential $e^{-\alpha\tau}$ can be summed up easily, and give $-\frac{\nu}{2\alpha^2} e^{-\alpha\tau}$, the others form a double series, which can also be summed up, with the result $\frac{\nu}{\alpha^2}$.

CONCLUSION.

In this paper we have studied a train of pulses of equal shape and random amplitude, which occur at random, with an arbitrary statistical law of distribution of time intervals between successive pulses.

If the shape of the elementary pulse $F(t)$ and the probability distribution of time intervals $p(x)$ are not specified, the correlation function of the noise can be expressed as a series of integrals. In the case of Poisson distribution of time intervals the series can be summed up, giving the results known from other types of deductions; in the other cases the sum can be done by proper mathematical ways.

Torino - Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris
- Centro Studi per l'Elettrofisica del C.N.R.

The paper was first received 13th march 1961.

Impianti idroelettrici del Moncenisio. — Il Trattato di Pace del 1947 comportò per l'Italia una rettifica di frontiera nella zona del Colle del Moncenisio per cui risultarono ceduti alla Francia, in conto riparazioni, i seguenti impianti idroelettrici costruiti dalla SIP:

- serbatoio artificiale del Moncenisio della capacità di 31,6 milioni di m³;
- stazione pompe di Gran Croce per il sollevamento nel

CARATTERISTICHE PRINCIPALI DEI NUOVI IMPIANTI.

Diga di sbarramento.

È stato scelto di massima il tipo a scogliera in base a considerazioni economiche, date le condizioni geologiche e morfologiche della zona.

La capacità massima d'invaso è stata fissata in 337 milioni di m³ cui corrisponde la quota massima di 1 974 m s.l.m.

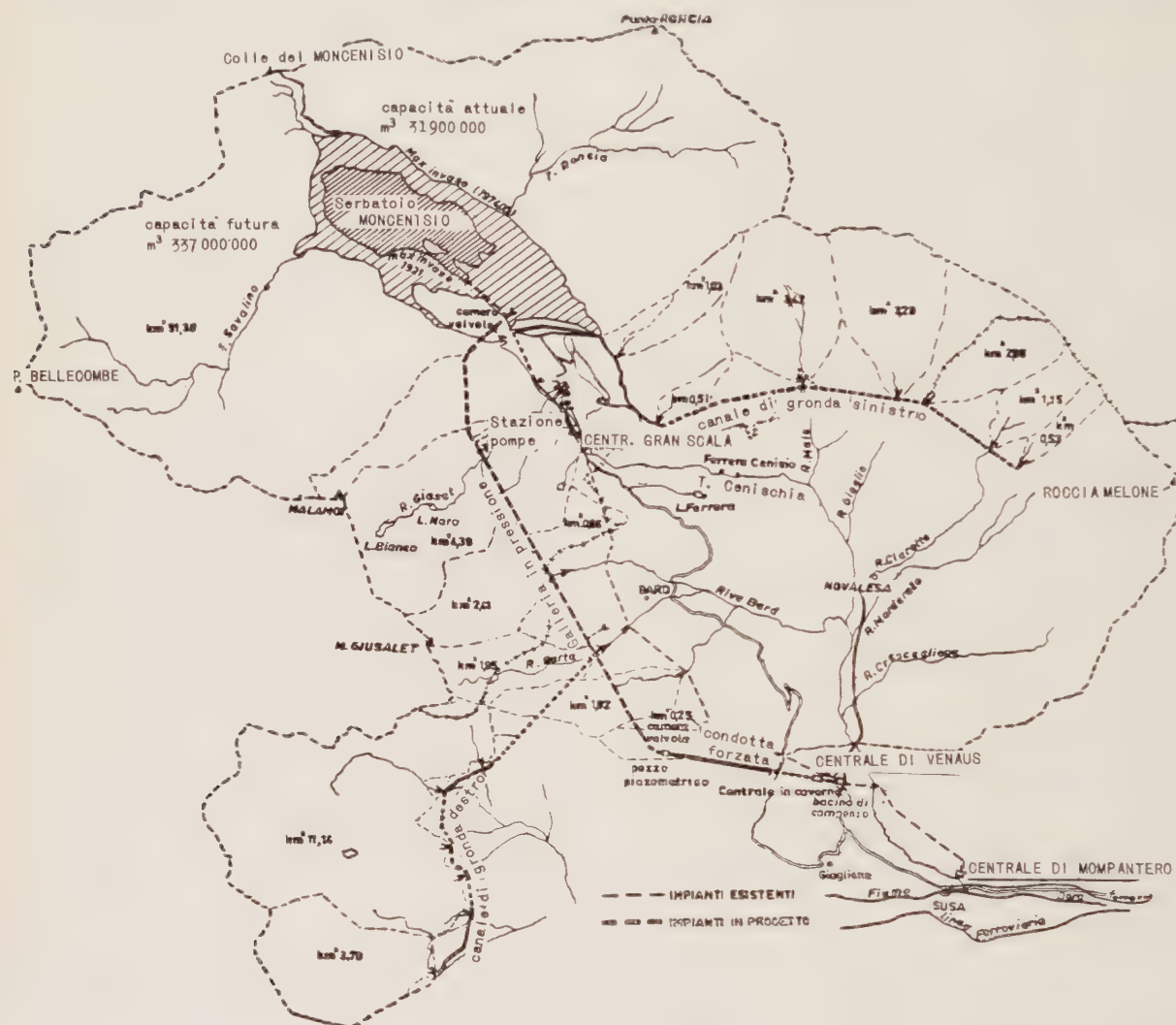


Fig. 1. — Corografia generale.

precedente serbatoio dell'acqua raccolta nel lago di Gran Croce;

— centrale di Gran Scala ed annessa stazione pompe con una potenza installata di 9 860 kVA ed una producibilità media annua di 15 GWh;

— bacino di San Nicolao di 50 000 m³ situato a valle della centrale, che funge da bacino di accumulo per la successiva centrale di Venaus.

Raggiunto dopo lunghe trattative un accordo per l'esercizio degli impianti esistenti, venivano ripresi e sviluppati studi per una migliore utilizzazione del bacino del Moncenisio, studi che già in periodo prebellico erano stati intrapresi dalla SIP.

Fu costituito allora un Comitato di Studi italo-francese le cui conclusioni, favorevoli all'ampliamento della capacità di invaso del Moncenisio, condussero a definire con protocollo del 24-6-1958 tra l'E.d.F. e la SIP particolari accordi.

Le caratteristiche principali della diga a scogliera sono le seguenti:

lunghezza in cresta	1 580 m
altezza massima sulle fondazioni . . .	97 m
larghezza corrispondente alla base . .	400 m
larghezza in cresta	12 m
volume totale della diga	11 910 000 m ³

Nuovi canali di raccolta.

Sono previsti due canali di gronda rispettivamente in sponda sinistra e destra della valle del Cenisio, per l'integrazione degli apporti naturali al nuovo serbatoio (fig. 1).

Il primo canale della lunghezza di 7 690 m adduce direttamente nel serbatoio le acque di sette torrentelli per un bacino imbrifero complessivo di 12,28 km²; si svolge per la

maggior parte in territorio francese, salvo la presa principale ed un breve tratto iniziale.

L'altro canale raccoglie le acque del torrente Clery e affluenti minori per un bacino imbrifero di 14,93 km²; esso si svolge interamente in territorio italiano, poichè immette le acque nella galleria di derivazione tramite pozzo. Analogamente vengono direttamente immesse nella galleria di derivazione le acque dei torrentelli Rio Barta, Bard e Giaset raccogliendo gli apporti di ulteriori 11,48 km².

Complessivamente l'area di bacino imbrifero il cui apporto affluisce al serbatoio o direttamente o tramite canali di gronda, o mediante la stazione pompe di San Nicolao, raggiunge il valore di 90 km² per il versante di competenza italiana.

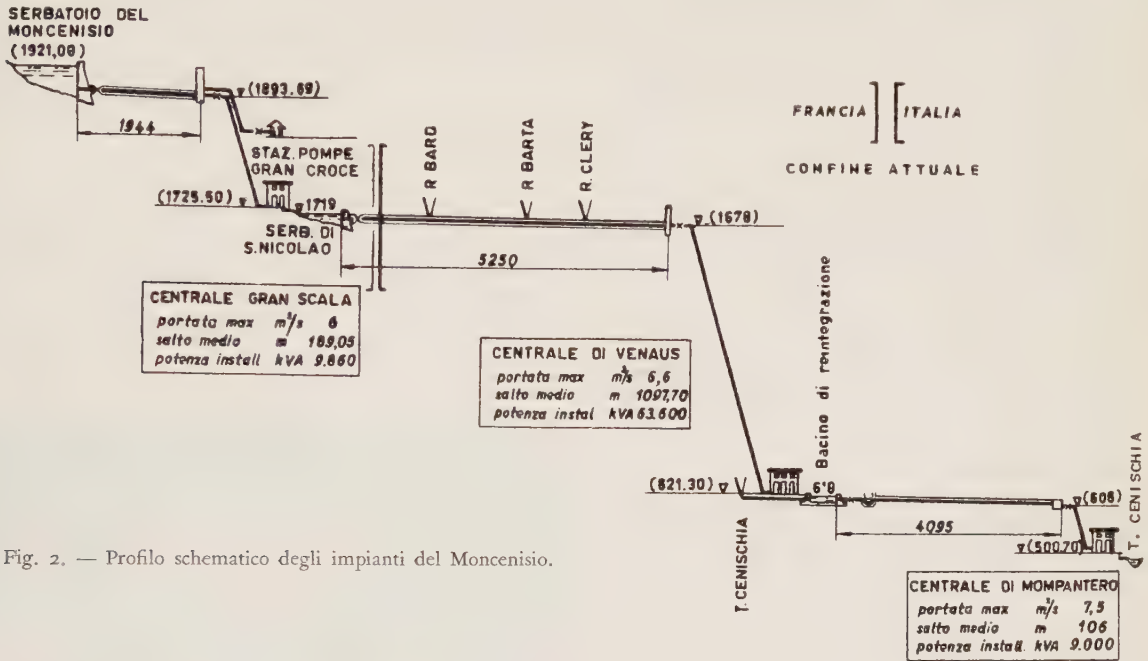


Fig. 2. — Profilo schematico degli impianti del Moncenisio.

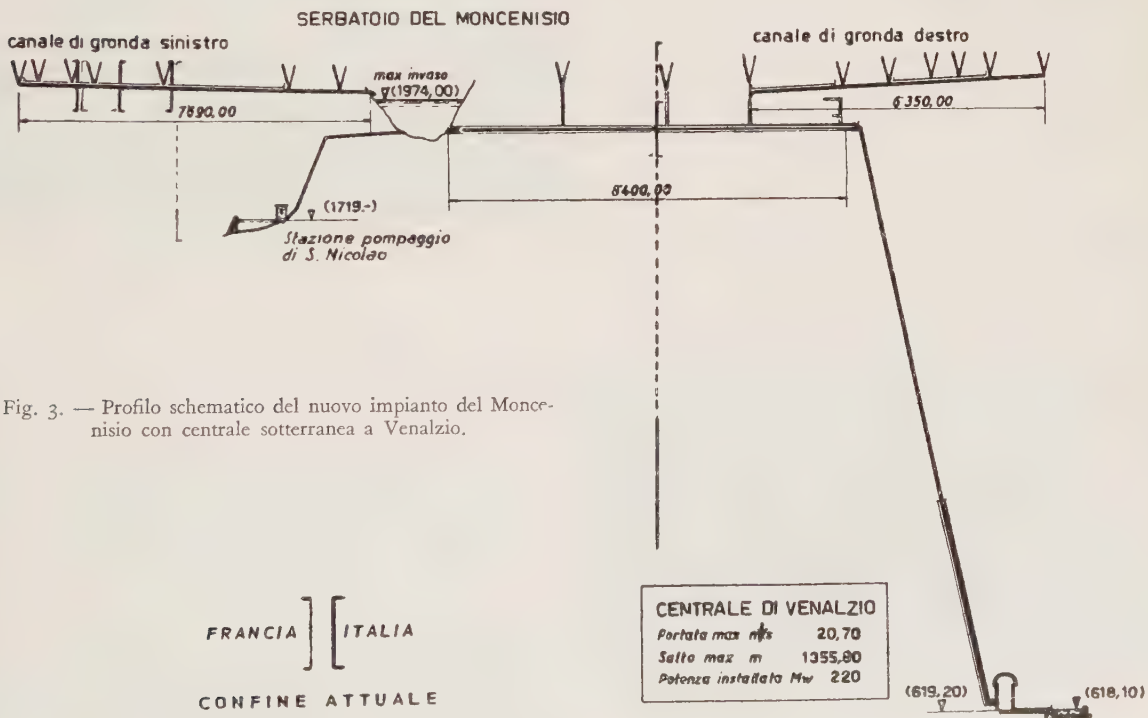


Fig. 3. — Profilo schematico del nuovo impianto del Moncenisio con centrale sotterranea a Venzalio.

Il nuovo impianto di Venzalio.

Il progetto del nuovo impianto di Venzalio prevede una galleria in pressione della lunghezza di 8422 m, sezione di diametro 3 m, per addurre le acque dal bacino del Monceni-

sio al pozzo di oscillazione; da questo si dipartirà la condotta forzata lunga 2365 m, svolgentesi per circa 2/3 all'aperto e per la parte rimanente in galleria (fig. 3).

La nuova centrale di Venzalio sarà ubicata in caverna nelle adiacenze di quella omonima attualmente in servizio. La quota del pavimento sarà a 623 m s.l.m., l'asse delle turbine a 619 m s.l.m., cosicchè il salto massimo utile sarà di 1355,80 metri.

Ciascuno dei due gruppi generatori previsti da 110 MW ad asse verticale sarà formato da una ruota Pelton a due getti e da un alternatore da 420 giri/min. Nella stessa sala macchine in caverna saranno sistemati i due gruppi per i servizi ausiliari. L'energia prodotta a 10 kV sarà portata attraverso sbarre in cunicolo a due unità di trasformazione 10/220 kV sistemate all'esterno della centrale.

Un canale di scarico in galleria addurrà le acque dell'attuale bacino di compenso di Venzalio che verrà opportunamente ampliato, onde rispettare i diritti delle utilizzazioni a valle dell'impianto di Mompantero.

I principali dati riguardanti l'impianto sono riportati in tabella:

deflusso estivo netto	51 milioni di m ³
deflusso invernale netto	27 milioni di m ³
deflusso annuo	78 milioni di m ³
capacità del serbatoio	51 milioni di m ³
portata max derivabile	20,7 m ³ /sec
potenza efficiente	220 000 kW
produzione annua	226,8 GWh

La possibilità di concentrare tutta la produzione nelle ore di punta invernali conferisce all'impianto spiccate caratteristiche di potenza, di particolare pregio agli effetti della sicurezza di esercizio, quando si consideri la sua vicinanza a Torino.

Altra caratteristica notevole è dovuta all'accordo italo-francese per cui la Francia garantisce un invaso all'inizio di ogni stagione invernale di 25,7 milioni di m³, cosicché la produzione dell'impianto risulta almeno parzialmente indipendente dagli andamenti idrologici stagionali.

Nuovi impianti utilizzatori dell'E.d.F.

Da parte francese l'utilizzazione del bacino del Moncenisio consegue il duplice fine: di aumentare la produzione idroelettrica degli impianti situati lungo il corso del fiume Arc e di risolvere il problema ricorrente dei danni provocati dalle piene di questo fiume convogliandone le acque di morbidità nell'ampliato lago.

	Salto geodetico m	Potenza efficiente MW	Produci- bilità GWh
Moncenisio-Aussois	887	395	923
Orelle	170	76	250
Sordières	178	96	340
St. Michel	51	28	106
Hermillon	157	96	365
Arc-Isère	283	156	534

Il progetto prevede pertanto la diversione nel lago del Moncenisio delle acque dell'alto bacino dell'Arc e la costruzione di sei centrali in serie che, unitamente alla centrale di Avrieux già esistente (rimarrà in servizio parzialmente sottesa) raggiungeranno la potenza efficiente complessiva di 838,4 MW ed una producibilità media annua di 2 873 GWh. (Da *Rassegna tecnica del Gruppo SIP*, marzo-aprile 1961).

* *

Una centrale navigante. — L'isola principale nell'arcipelago delle Ryukyu, che si estende tra il Giappone e Formosa, è Okinawa; conta oggi una popolazione di 700 000 unità,



Fig. 1.

due basi aeree americane ed una colonia di 40 000 cittadini statunitensi.

Nelle ore di punta l'energia elettrica per l'isola viene pro-

dotta da una centrale galleggiante, montata sulla nave Jacona, ancorata nella Sukiran Bay. La Jacona è attrezzata per fornire 20 000 kW e può servire anche come riserva della centrale elettrica fissa di Okinawa.

Il collegamento nave-terra è assicurato da sei cavi con guaine in neoprene, superflessibili ad unico conduttore cordato.

Dato che questi cavi sono mobili e volanti, nel pesante rivestimento di neoprene è incorporata una treccia di rinforzo che ne aumenta la resistenza longitudinale. (*Notiziario Du Pont*, 2-1961).

* *

Tele-Processing. — Fra il materiale esposto dalla IBM Italia alla 39^a Fiera di Milano si notava come novità: il « Tele-Processing ». Mediante queste nuove apparecchiature, i dati codificati sotto forma di fori sulle schede perforate possono essere trasmessi lungo i fili di una qualsiasi linea telefonica per essere inviati all'unità centrale di calcolo, situata anche a grande distanza, ed essere immediatamente registrati ed elaborati.

Il « Tele-Processing » è costituito da una piccola unità di « lettura schede », dotata di una tastiera per permettere eventuali integrazioni di dati, e collegata ad una normale linea telefonica. Cinque tasti della tastiera permettono inoltre di comandare direttamente la macchina perforatrice della stazione ricevente, perchè registri su nuove schede il messaggio trasmesso.

Alla « stazione di partenza » l'introduzione delle schede nella macchina viene effettuata manualmente e la velocità di trasmissione è di 12 colonne al secondo. Il Tele-Proces-



Fig. 1.

sing trasmette fino a 22 caratteri numerici per scheda. Alla « stazione ricevente », una macchina perforatrice IBM 024 o 026, dotata di uno speciale apparecchio di decodificazione, ha il compito di perforare su schede i dati trasmessi dalla stazione di partenza. Con il Tele-Processing possono essere trasmesse informazioni in qualsiasi momento senza che sia necessario l'intervento di alcun operatore alla stazione ricevente. Il Tele-Processing risulterà particolarmente utile per i grossi complessi ad organizzazione decentrata, che esigono un aggiornamento continuo e immediato delle varie situazioni periferiche.

* *

In funzione il primo reattore elettronucleare mobile. — Il primo reattore mobile a bassa potenza (« Mobil Low Power Reactor n. 1 » o ML-1) ha raggiunto la criticità, presso la Stazione Nazionale Collaudo Reattori dell'Idaho, dipendente dalla Commissione americana per l'Energia Atomica (AEC).

Dopo diversi mesi di collaudi ed esperienze, il reattore ML-1 sarà collegato ad un apparato elettrogeneratore a turbina della potenza massima installata di 500 kW. L'ML-1 è il primo del mondo raffreddato a gas e a ciclo diretto: il

gas, riscaldato nel « nocciolo » del reattore, verrà adoperato per azionare la turbina a gas collegata all'alternatore e quindi ritornerà nel « nocciolo ».

Il reattore è stato progettato e costruito sotto la supervisione dell'AEC dalla Aerojet-General Corporation di Azusa (California); il turboalternatore, che sta per essere completato dalla stessa società, verrà inviato alla Stazione dell'Idaho verso l'autunno.

L'intera centrale elettronucleare mobile è suddivisa in sei parti del peso complessivo di 38 t, che possono essere trasportate sulla località d'impiego da normali aerei, autotreni, treni o zattere.

Il reattore, che è moderato ad acqua, raffreddato ad azoto e in grado di sviluppare circa 3 400 kW termici, può essere posto in funzione al massimo regime entro 12 ore dall'arrivo e preparato per eventuali spostamenti in nuove località 24 ore dopo l'arresto. Altre caratteristiche di rilievo sono la sua estrema adattabilità alle condizioni climatiche di qualsiasi regione del mondo.

* *

Un nuovo reattore nucleare di piccola potenza, denominato VERA (Versatile Experimental Reactor Assembly) ha raggiunto la criticità il 22 febbraio u.s. presso l'Atomic Weapons Research Establishment (Aldermaston). Esso sarà usato per ricerche sperimentali riguardo ai reattori rapidi.

Il reattore comprende un nucleo costituito da tubi in parete sottile di acciaio contenenti il combustibile, circondato da un riflettore di uranio naturale; il tutto forma un cilindro di 1,50 m di diametro e alto 1,20 m. Ogni elemento consiste di 2 canali ad U in acciaio inossidabile nei quali sono poste piastrine di circa 10 cm² di uranio naturale, uranio ar-

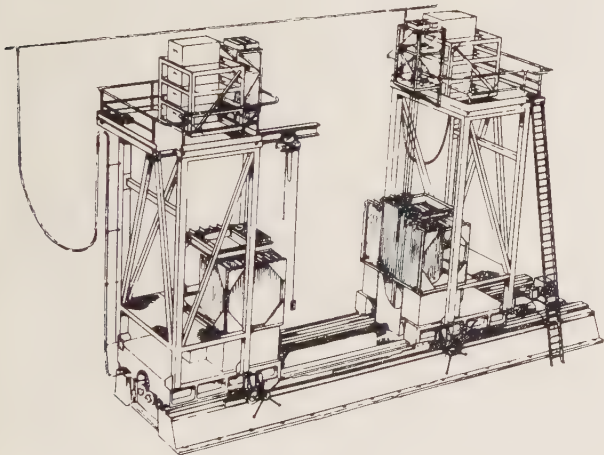


Fig. 1.

ricchito e grafite, in numero e proporzione variabile secondo il grado di diluizione o moderazione voluto.

La composizione e le dimensioni del nucleo del reattore possono venire variate per esaminare il comportamento di materiali entro un vasto campo di energia dei neutroni.

Costruttivamente il reattore è realizzato in 2 parti che possono venire avvicinate lentamente fra loro mediante comando a distanza. Esso è collocato entro una camera che ha le pareti in cemento di 1,80 m di spessore e il soffitto di 0,90 m. Un dispositivo di televisione permette di osservare l'interno della camera. Annesso al reattore è un acceleratore da 600 kV che può produrre fasci accelerati di deutoni che, colpendo schermi predisposti nel reattore subcritico, possono produrre emissioni di neutroni per esperienze relative alle variazioni di reattività, alla durata di vita dei neutroni e al variare dello spettro dei neutroni con la reattività.

(Atom, aprile 1961).

* *

Da Radio Balboa l'ora esatta con un orologio atomico.

— Un nuovo orologio atomico, che segna il tempo con una precisione estremamente elevata, è stato realizzato dall'Osservatorio Navale di Washington, cui spetta il compito di provvedere al « cronometraggio » ufficiale negli Stati Uniti.

L'estrema precisione dell'orologio è ottenuta mediante l'impiego, come organo regolatore, di atomi di cesio, che vibrano immutabilmente, al ritmo di 9 192 631 770 cicli al secondo.

Questo ritmo costante di vibrazioni atomiche è adoperato per controllare i segnali orari trasmessi per 24 ore al giorno dalla stazione radio della Marina statunitense a Balboa.

La precisione del segnale emesso dalla stazione è stata confermata da un'indagine della Marina in base ai rapporti pervenuti da laboratori canadesi, francesi, inglesi, svizzeri e statunitensi. L'indagine ha permesso di appurare che i segnali della stazione restano costanti con una percentuale di una parte su 10 miliardi; la variazione, cioè, non supera un centesimo di secondo in tre anni.

* *

Un calcolatore elettronico capace di rispondere tempestivamente, e in più lingue, alle domande dei visitatori, costituisce una delle attrazioni del padiglione americano all'Esposizione « Italia '61 ».

Nella « memoria » a dischi magnetici del calcolatore installato a Torino sono state registrate circa due milioni di parole (l'equivalente cioè di 20 volumi di media lunghezza) le quali rappresentano le risposte a oltre mille quesiti riguardanti l'esposizione in generale, le comunicazioni, la vita negli Stati Uniti e informazioni di carattere generale.

Da una delle tre stazioni di interrogazione, dislocate in punti diversi dello stand americano, i visitatori possono rivolgere al calcolatore una qualsiasi delle domande disponibili, le quali sono elencate su appositi pannelli. La risposta giungerà quasi istantaneamente, nella lingua voluta (italiano, inglese, francese o tedesco), e apparirà dattiloscritta automaticamente nella stazione di interrogazione dove la domanda è stata originata.

La macchina, che funge da « prontuario elettronico », è un sistema Ramac IBM 305.

La caratteristica fondamentale di questo elaboratore è la sua unità di memoria a dischi magnetici, la quale può contenere fino a 20 milioni di caratteri, ciascuno dei quali è rapidamente accessibile, indipendentemente dalla posizione e dall'ordine in cui è stato registrato. Mentre infatti su un nastro magnetico è necessario leggere tutte le informazioni che precedono quella richiesta, sul disco magnetico una speciale testina di lettura, applicata ad un braccio mobile, si posiziona esattamente sulla zona che riporta una singola registrazione.

* *

La nuova definizione del metro. — La XI Conferenza Generale dei Pesi e Misure, tenutasi nell'ottobre 1960 con la partecipazione di delegati di 32 Paesi, ha deciso di assumere una nuova unità fondamentale di lunghezza in sostituzione del metro campione depositato a Sèvres. In conseguenza, il metro viene oggi definito come 1 650 763,73 volte la lunghezza d'onda della riga arancione dello spettro dell'isotopo 86 del cripton, nel vuoto. Tale lunghezza d'onda risulta di $6 057,802 \times 10^{-10}$ m.

Per il confronto della nuova unità con il vecchio campione è stata elaborata una particolare apparecchiatura di grande precisione di tipo fotoelettrico che comprende un interferometro con comparatore e microscopi fotoelettrici che permettono di misurare la posizione delle incisioni sulla sbarra del metro campione con una precisione di pochi milionesimi di millimetro.

L'apparecchiatura sarà conservata a Sèvres in una cabina nella quale la temperatura sarà mantenuta costante a un millesimo di grado e la pressione sarà pure mantenuta costante. L'apparecchiatura sarà comandata a distanza per evitare l'influenza del calore radiato dal corpo dell'operatore.

* *

Progressi degli impianti idroelettrici. — Riportiamo dalla rivista « Westinghouse Engineer » (marzo 1961) le due fotografie che qui pubblichiamo e che costituiscono un suggestivo confronto e una interessante documentazione del pro-

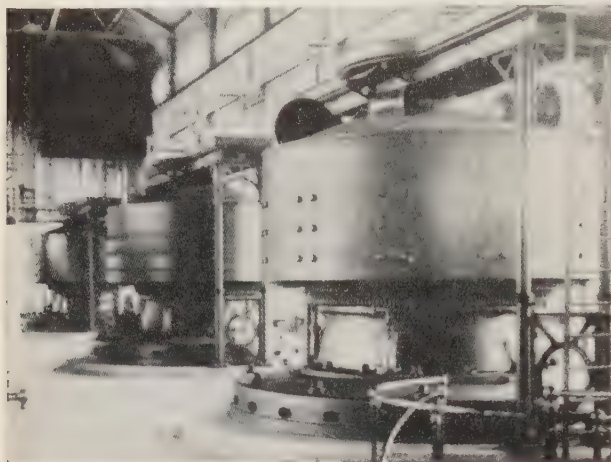


Fig. 1.

gresso compiuto dalla tecnica nel campo della costruzione degli impianti idroelettrici.

La prima fotografia (fig. 1) rappresenta l'impianto originale di dinamo da 3 750 kW installato, nel 1893, nella cen-



Fig. 2.

trale Adams, del Niagara, numero 1; la centrale produceva energia per alimentare la città di Buffalo.

La seconda fotografia (fig. 2) rappresenta i lavori in corso, a soli 8 km di distanza dalla centrale Adams, per il nuovo impianto sul Niagara.

Nella centrale saranno installati 13 gruppi generatori con alternatori da 167 000 kVA (150 000 kW) per un totale quindi di circa 2 milioni di kW.

* *

Schedario bibliografico sull'automazione. — Il Consiglio Nazionale delle Ricerche si è impegnato a trasmettere trimestralmente alla Federazione Internazionale del Controllo Automatico (IFAC) l'elenco bibliografico selezionato dei contributi italiani, che occorre per la pubblicazione di una bibliografia internazionale del controllo automatico. A tal fine la Commissione italiana per l'automazione, del CNR, ha preso l'iniziativa della redazione di uno *schedario bibliografico nazionale sull'automazione* in tutti i suoi aspetti scientifici, tecnici, economici, finanziari e sociali, che comprenderà le opere e gli articoli di autori italiani o tradotti in italiano, pubblicati dal 1920 in poi.

Ai fini della completezza della bibliografia, il Consiglio Nazionale delle Ricerche rivolge agli autori viva preghiera d'inviare regolarmente alla *Commissione italiana per l'automazione* (Roma, Piazzale delle Scienze, 7) una copia delle proprie pubblicazioni. Ogni pubblicazione dovrebbe essere accompagnata da un riassunto dattilografato di non oltre 200 parole, quando il riassunto non risulti già compreso nel testo stampato.

Qualora gli autori non fossero in grado d'inviare talune pubblicazioni, perchè ormai esaurite, sarebbe indispensabile che ne redigessero una esatta segnalazione sulle apposite schede bibliografiche da richiedere all'indirizzo sopra indicato.

* *

Il consueto **Salone della radio e della televisione** sarà tenuto a Parigi dal 14 al 25 settembre 1961, al Parc des Expositions: il Salone è riservato ai soli espositori francesi.

Per informazioni rivolgersi a S.D.S.A. - 23 rue de Lübeck (Parigi XVI).

* *

La **VII Esposizione europea delle macchine utensili** si svolgerà dal 3 al 12 settembre 1961 a Bruxelles.

Per informazioni, iscrizioni ecc., rivolgersi al Commissariat Général de la 7^e Exposition Européenne de la Machine-outil (Bruxelles - 13 rue des Drapiers).

* *

La **IV Conferenza Internazionale di Elettronica Medica**, sarà tenuta contemporaneamente alla **XIV Conferenza annuale delle Tecniche Elettriche in Medicina e Biologia**, a New York, dal 16 al 21 luglio 1961.

Il programma comprende la discussione di numerose Memorie, visite di carattere scientifico e tecnico e numerose altre manifestazioni.

Per informazioni, iscrizioni ecc., rivolgersi a: 4th International Conference on Medical Electronics (1 East 79th Street, New York 21 - N. Y., USA).

* *

Presso il Politecnico di Milano sono aperte le iscrizioni al **13° Corso di Tecniche Radioisotopiche**.

Il Corso consiste essenzialmente nelle manipolazioni indicate schematicamente qui di seguito: 1) *Caratteristica di un contatore di Geiger*; 2) *Conteggi. Fluttuazioni statistiche*; 3) *Determinazione del tempo di insensibilità di una catena di conteggio*; 4) *Vita media dello P^{233} e del Mn^{56}* ; 5) *Assorbimento della radiazione gamma*; 6) *Assorbimento di particelle beta*; 7) *Autoassorbimento di particelle beta*; 8) *Back-scattering di particelle beta*; 9) *Radioelementi come traccianti nella cromatografia*; 10) *Co-precipitazione del Fe^{52} con idrossido ferrico*; 11) *Formazione di P^{32} mediante reazione di Szilard-Chalmers*; 12) *Autoradiografia*; 13) *Taratura di dosimetri e dosimetria fotografica*; 14) *Impiego di un rivelatore a scintillazione per radiazione gamma*; 15) *Preparazione ed impiego di uno scintillatore per particelle alfa*; 16) *Impiego di una camera di ionizzazione e di un contatore a flusso*; 17) *Misura dell'attività di una sostanza marcata con C^{14} in fase gassosa*; 18) *Preparazione di iodo-albumina marcata con I^{131}* ; 19) *Separazione mediante elettroforesi di una frazione proteica marcata*; 20) *Misura della intensità di*

una sorgente radioattiva col metodo delle coincidenze; 21) Radiolisi di una sostanza organica in soluzione acquosa. Dosimetria chimica.

Le manipolazioni saranno precedute da circa 30 ore di lezioni introduttive (proprietà dei nuclei, passaggio della radiazione attraverso la materia, rivelazione della radiazione, produzione dei radionuclidi, dosimetria e misure di sicurezza, ecc.).

Il Corso è aperto ai laureati in Chimica, Fisica, Ingegneria, Medicina, Scienze naturali e biologiche ed a quanti siano forniti di titoli ritenuti idonei dal Rettore del Politecnico al solo fine dell'iscrizione al Corso predetto.

Gli interessati dovranno far domanda di iscrizione al Rettore del Politecnico in carte legale da L. 100 entro il 9 settembre 1961 correndandola del diploma o certificato di studi e di tutte le notizie relative alle generalità (data, luogo di nascita, ecc.).

Gli ammessi devono pagare L. 70 000 a titolo di contributo di laboratorio e spese generali.

* *

Nuovi Cavalieri del Lavoro. — Fra le personalità alle quali il Presidente della Repubblica ha recentemente concesso l'onorificenza di Cavaliere dell'Ordine al Merito del Lavoro, sono compresi alcuni nomi ben noti ed apprezzati nell'ambiente della nostra AEI e che qui con vivo compiacimento segnaliamo.

Si tratta degli ingegneri Giovanni Calì, Mario Castelli, Paolo Lodigiani, Pietro Vecellio; per il meritato, autorevole, riconoscimento vanno ad essi le sincere congratulazioni dei Colleghi.

LIBRI E PUBBLICAZIONI

H. SCHLITT: *Systemtheorie für regellose Vorgänge (Statistische Verfahren für die Nachrichten- und Regelungstechnik.* (Springer Verlag, Berlin, 1960. Un volume di 16 x 24 cm, di XII+344 pagine, con 167 illustrazioni ed una tavola fuori testo, rilegato. Prezzo 49,50 DM).

Lo studio dei sistemi sottoposti a segnali od a disturbi aleatori costituisce, indubbiamente, uno dei capitoli più interessanti della teoria delle comunicazioni e del controllo. Il numero dei volumi che ne trattano è ormai molto elevato ed anche nella letteratura tecnica di lingua tedesca sono apparsi, di recente, molti lavori sull'argomento; lo si può constatare, fra l'altro, scorrendo la bibliografia citata a conclusione di questo volume dello Schlitt, che è molto ricca e riporta indicazioni relative non solo alla produzione scientifica occidentale, ma anche ad opere russe.

Raro è, però, che in una stessa opera vengano esposti, con rigore ed in modo approfondito, tanti problemi quanti ne affronta lo Schlitt. La sua trattazione, infatti, si riferisce sia ai sistemi di comunicazione sia a quelli di controllo, sia al caso dei segnali sia a quello dei disturbi aleatori, e, infine, sia ai problemi di analisi sia a quelli di sintesi (filtri di Wiener, sistemi a comportamento ottimo ecc.).

Nella prima parte del volume vengono esposti i metodi di rappresentazione delle grandezze aleatorie e vengono indicate le funzioni che ne identificano le proprietà; tali funzioni vengono poi calcolate per le grandezze di uscita di elementi non lineari sottoposti a segnali di ingresso aleatori, di distribuzione nota. Gli esempi considerati sono assai interessanti, pur essendo relativi solo a non linearità di tipo istantaneo: si tratta, in particolare, di raddrizzatori (simmetrici e non simmetrici) con comportamento lineare o parabolico nella zona di conduzione.

Nella seconda parte si passa a considerare processi nei quali si ha a che fare con due grandezze entrambe aleatorie e, infine, con la terza parte, che sposta la trattazione dallo studio dei segnali a quello dei sistemi, viene conclusa la esposizione degli argomenti di carattere propedeutico (la terza parte è dedicata, infatti, solo alla presentazione dei metodi di analisi — nel dominio del tempo ed in quello della frequenza — adatti per i sistemi lineari; vi viene esposto, anche, con una sua autonomia, lo studio dell'impulso unitario e del suo impiego per l'analisi dei sistemi lineari).

La parte quarta espone i metodi di studio, nel dominio del tempo e della frequenza, di processi aleatori e l'argomento è ulteriormente sviluppato nella parte successiva, nella quale si esaminano i legami fra le rappresentazioni statistiche dei segnali aleatori di ingresso e di uscita di un dato sistema lineare; viene considerato anche, seppure non molto estesamente, il caso di sistemi lineari a controreazione.

Le ultime tre parti trattano di problemi di sintesi e, specificamente, la sesta illustra il comportamento di filtri (ideali e reali) sottoposti a rumore a banda larga ed a banda limitata, la settima tratta di problemi non lineari e, infine, la ottava è dedicata alla sintesi di sistemi a comportamento ottimo, nel senso di Wiener.

*

J. B. BIRKS - J. H. SCHULMAN: *Progress in dielectris.* Volume II, (Editore Heywood e Co. Londra, 1960. Un volume di 16 x 25,5 cm, 225 pagine, con 76 illustrazioni. Prezzo 55 scellini).

Il libro, secondo di una collana dedicata ad argomenti di attualità nel campo dei dielettrici, raccoglie sei monografie, scritte da altrettanti specialisti che esaminano, apportando spesso contributi personali, i fenomeni dielettrici sotto deboli campi applicati (polarizzazione, costante dielettrica, angolo di perdita).

Lo studio di queste grandezze e delle loro variazioni, per esempio in funzione della temperatura e della frequenza, può fornire la via per collegare le caratteristiche strutturali di un materiale con le sue proprietà dielettriche.

La prima parte passa in rassegna i diversi modelli fisici attraverso i quali si può interpretare il fenomeno della polarizzazione. Esso avviene sia nell'ambito delle dimensioni molecolari, dove è necessario usare la meccanica quantistica, sia attraverso interazioni a distanza. Quando le molecole possiedono dipoli permanenti, occorre inoltre interpretare i risultati macroscopici attraverso una visione statistica del contributo dei singoli dipoli.

La seconda monografia si occupa in particolare dei polimeri, la cui struttura molecolare può essere, entro certi limiti, modificata, permettendo il confronto fra il comportamento dielettrico di molecole simili ma con diversa struttura.

La terza parte tratta degli effetti esercitati dalle radiazioni sulle caratteristiche dielettriche dei polimeri. Alcuni di questi effetti risultano direttamente legati all'intensità e natura della radiazione e cessano al cessare di questa; altri sono cumulativi e permanenti e risultano associati ad una alterazione della costituzione chimica del materiale.

La quarta monografia è dedicata ai materiali ceramici ad alta costante dielettrica; ne sono illustrate le più importanti caratteristiche e ne viene esaminata la costituzione chimica, con i processi necessari per ottenerla.

L'ultima parte tratta dei cosiddetti dielettrici artificiali, che costituiscono una delle applicazioni più interessanti delle teorie precedentemente esposte sulla polarizzazione. Un insieme di piani conduttori paralleli, distanziati fra loro di un intervallo piccolo rispetto alla lunghezza dell'onda incidente, si comporta come un dielettrico di costante dielettrica relativa minore dell'unità. Il dispositivo trova applicazione per la costruzione di antenne da utilizzarsi in uscita da guide d'onda.

Da questi brevi cenni si comprende come gli argomenti trattati — che sono fra l'altro corredati di numerosa recente bibliografia — siano di natura fortemente specializzata e destinati ad un ristretto pubblico di studiosi, con adeguata preparazione. Per la chiarezza ed ampiezza dell'esposizione essi possono contribuire però notevolmente alla diffusione di quella branca della scienza moderna, che sta a cavallo

tra la fisica e l'ingegneria, ed alla quale si devono tanti notevoli ritrovati introdotti nella tecnica in tempi recenti, dai semiconduttori alle ferriti.

*

ANIDEL: *Sicurezza e igiene del lavoro*. (Edito a cura dell'ANIDEL. Un volume di 14×21 cm, di 920 pagine. Prezzo, rilegato, L. 3 600).

Segnaliamo all'attenzione dei nostri lettori questa pregevolissima pubblicazione che può essere di grande utilità a tutti i tecnici progettisti di impianti industriali, esercenti o comunque aventi responsabilità dello svolgimento di attività nel campo del lavoro.

Il volume contiene le nuove norme di prevenzione degli infortuni sul lavoro e di igiene del lavoro generali, integrative e speciali, a esclusione di quelle di polizia delle miniere e delle cave; esso riproduce l'intera nuova legislazione compresi i provvedimenti di legge e le circolari ministeriali concernenti l'emaneazione e l'applicazione di tale legislazione.

Opportunamente sono stati anche riportati integralmente gli articoli della Costituzione e dei Codici Civile e Penale e l'elenco di tutti gli altri provvedimenti legislativi e delle circolari ministeriali sull'argomento.

Già il fatto di presentare raccolto tutto insieme questo ampio e svariato materiale, renderebbe il volume del più grande interesse. Ma la sua utilità è ancora grandemente accresciuta dal modo con cui la materia è presentata.

La prima parte del volume (che occupa quasi 400 pagine), è infatti costituita da un indice analitico generale, accuratissimo ed estremamente dettagliato: per ogni singola voce viene indicato il provvedimento legislativo e il relativo articolo speciale ed è indicata la pagina seguente del volume dove esso è riprodotto. Si ha così un prontuario di immediata, sicura e completa consultazione.

L'ANIDEL, con questa pubblicazione ha veramente ben meritato da tutti i tecnici italiani.

*

G. PAGANI: *Linee elettriche aeree di bassa e media tensione*. (Editoriale Delfino, Milano. Un volume di 17×24 cm, di 248 pagine, con 250 figure. Prezzo, rilegato, L. 2 800).

Il volume è intenzionalmente dedicato ai tecnici delle Imprese Elettriche di Distribuzione allo scopo di offrire loro un quadro delle caratteristiche e dei criteri di progetto delle moderne linee a bassa e a media tensione, senza entrare in sviluppi teorici o in particolari impostazioni di calcolo.

Come opera di carattere informativo il libro è certamente lodevole per l'abbondanza delle notizie fornite, per la chiarezza della esposizione. La competenza professionale dell'A. si traduce nella cura dedicata anche a dettagli apparentemente secondari, nelle considerazioni sparse abbondantemente nel testo, nella scelta delle figure sempre chiare ed efficaci.

Opportunamente sono stati intercalati frequenti esempi numerici svolti che riusciranno di grande utilità per chi voglia iniziarsi in questo campo della tecnica. Un pregio del volume è anche costituito dalla abbondante raccolta di tabelle numeriche e dalle 16 tavole fuori testo relative alle frecce e ai tiri di posa, che corredano il volume.

Riteniamo che il libro possa essere utile a un pubblico alquanto più vasto di quello al quale l'A. ha pensato di dedicarlo.

*

The Swedish 380 kV System. (The Swedish State Power Board, Stoccolma 1960. Un volume di 16,5×24 cm, di 352 pagine, con 105 figure. Senza indicazione di prezzo).

In questo elegante volume, che ha carattere ufficiale, viene ampiamente illustrata nei suoi aspetti tecnici la rete svedese a 380 kV che è stata, come è noto, la prima del mondo a entrare in esercizio a tale tensione, nel 1952, e che si

è successivamente sviluppata fino a raggiungere uno sviluppo complessivo di oltre 3 000 km.

Il volume è quindi di estremo interesse per i progettisti e i costruttori di linee ad altissima tensione perchè mette a loro disposizione i risultati di una esperienza decennale e l'apporto della genialità e dell'ardimento di tecnici di altissima classe.

La compilazione è stata affidata a tecnici specialisti, per ciascuno dei 20 capitoli in cui l'opera si divide. La trattazione riguarda tutti gli aspetti del problema: convenienza delle altissime tensioni; progetto ed esecuzione delle linee; regolazione della tensione; sottostazioni; batterie di condensatori; manutenzione e incidenti di servizio; telecomunicazioni, ecc.

Il testo è riccamente illustrato ed esposto in forma piana e informativa.

I tecnici devono essere grati al Swedish State Power Board per questa bella e interessante pubblicazione.

*

K. KEDEL: *Die Praxis der induktiven Wärmebehandlung*. (Springer, Berlino 1961. Un volume di 15×23 cm, di 167 pagine, con 146 figure. Prezzo, rilegato, 31,50 D.M.).

Il libro è impostato essenzialmente con carattere informativo e descrittivo, inteso a far conoscere il funzionamento generale e le grandi possibilità di applicazioni dei metodi di riscaldamento per induzione nel campo dei trattamenti termici; esula dall'economia dell'opera ogni trattazione teorica e ogni calcolazione.

Così limitato il piano del libro può dirsi che esso è realizzato in modo molto efficace: la ricchezza delle informazioni e delle notizie contenute è veramente ingente e riesce a dare una visione complessiva dei pregi e dei vantaggi che questo metodo offre all'industria meccanica. In questo senso può essere molto utile per portare a conoscenza di molti tecnici dell'industria possibilità che forse non conoscono e non suppongono.

Dopo una breve parte introduttiva generale, seguono alcuni capitoli dedicati ai trattamenti termici dei metalli e particolarmente alla tempera.

Questo ultimo argomento è trattato con grande ampiezza sia dal punto di vista generale sia riguardo ai singoli casi particolari della pratica per molti dei quali il riscaldamento a induzione offre una soluzione di gran lunga preferibile e talvolta unica.

In altri capitoli è data notizia dei generatori di media e alta frequenza; dei dispositivi accessori, della sicurezza e degli incidenti di esercizio.

Molte ottime figure corredano il libro.

*

G. ROCCHI: *Idraulica pratica*. (S. Lattes e C., Torino 1961. Un volume di 12×19 cm, di 400 pagine, con 165 figure. Prezzo L. 1 500).

Il libro, che si presenta nella sua terza edizione alquanto ampliata, è rivolto principalmente agli allievi degli Istituti Tecnici Industriali e similari presso i quali l'A. svolge la sua opera di docente; il volume tuttavia può essere certamente utile anche agli studenti delle scuole di ingegneria e ai tecnici professionisti. Esso è infatti impostato con criteri di praticità per le applicazioni più frequenti e i numerosi esempi, svolti completamente, che lo corredano lo rendono a tale riguardo particolarmente efficace.

Senza avere la pretesa di un Trattato scientifico, il libro richiama con correttezza di espressione le nozioni teoriche pur non diffondendosi in dimostrazioni o sviluppi analitici. Il tono della esposizione è piano, chiaro, facilmente accessibile, e la trattazione è disposta in modo da apparire quasi un Manuale di consultazione.

La materia è distribuita in 9 capitoli così intitolati: Idrostatica; Idrodinamica; Resistenze di attrito; Perdite di carico per cause accidentali; Foronomia; Rigurgiti; Idrometria; Utilizzazione dei corsi d'acqua; Adduzione e distribuzione delle acque.

Corredano il testo 24 tabelle numeriche di uso corrente nelle calcolazioni e 4 tavole fuori testo.

Nel complesso un libro modesto ma certamente utile.

L. M. Robertson — **L'impianto sperimentale di Leadville**
(Westinghouse Engineer, maggio 1961).

In vari Paesi sono stati costruiti tronchi di linee sperimentali per studiare i problemi relativi alla trasmissione di energia elettrica ad altissime tensioni, ma quasi tutte queste linee sono state installate ad altitudini molto basse sul livello del mare. Nessuna di esse offre elementi per giudicare il comportamento di linee installate ad altitudini fra 3 000 e 4 000 m s.m.: a questo riguardo non si disponeva che di formule elaborate in laboratorio.

La Public Service Co. of Colorado ha costruito a tale scopo una linea sperimentale, entrata in esercizio nel 1957, mediante la quale si sono potuti ricavare molte utili conoscenze.

Le linee della Public Service Co. si svolgono in gran parte ad altitudini assai elevate; la città di Denver si trova a oltre 1 500 m s.m. e molte linee devono attraversare la catena montuosa del Continental Divide ad altitudini di 3 600 e 4 000 m s.m., in regioni impervie con condizioni ambientali molto severe. L'apparecchiatura deve essere quanto più possibile leggera e facilmente trasportabile, ed erigibile e, d'altra parte, deve essere robusta per sopportare le sollecitazioni derivanti dalla neve, dalle valanghe e dai temporali; è anche desiderabile adoperare conduttori del minimo diametro compatibile con il comportamento nei riguardi delle perdite corona e delle perturbazioni alle radiotrasmissioni.

L'impianto sperimentale di Leadville fu appunto costruito in modo particolare per studiare questi problemi.

La linea sperimentale si svolge secondo il profilo indicato in fig. 1 ad una altitudine superiore a 3 000 m s.m. Comprende 10 campate, delle quali 8 con pali in legno e

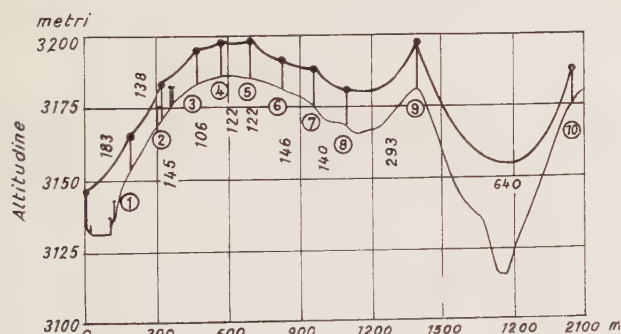


Fig. 1. — Profilo delle linee sperimentali ad altissima tensione di Leadville.

2 con pali in acciaio, di diverso tipo ma proporzionati per una linea trifase a 345 kV.

Le prove e le misure vengono eseguite sulle singole fasi cosicché è possibile studiare varie disposizioni dei conduttori.

I conduttori sono in parte singoli e in parte a fascio. Un conduttore singolo ha diametro di 41 mm; un conduttore a fascio è costituito da 2 fili da 23 mm spazati di 400 mm e prove sono state fatte con 3 di tali conduttori disposti a triangolo, o con 2 conduttori o con uno solo: questi due tipi di conduttori sono usati in altre linee sperimentali installate a piccola altitudine e facilitano i confronti.

Come è indicato in fig. 2 la linea sperimentale incrocia una linea a 12 kV e una a 115 kV: speciali dispositivi sono stati interposti per impedire conseguenze di accoppiamenti induttivi nocivi alle telecomunicazioni.

Nella cabina sono installati un trasformatore a tensione variabile da 100 a 300 kV verso terra, uno scaricatore per 345 kV e 3 coltelli monofasi per 345 kV. L'apparecchiatura permette di rilevare accuratamente i disturbi

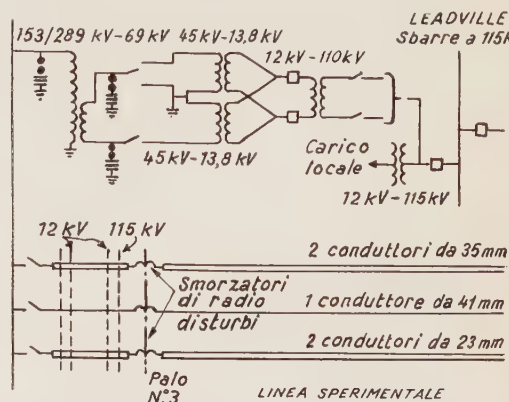


Fig. 2. — Schema delle connessioni dell'impianto sperimentale.

alle radiotrasmissioni e le perdite per effetto corona. Vi sono poi apparecchi per misurare la temperatura ambiente, l'umidità relativa dell'aria, la pressione, le precipitazioni atmosferiche, la velocità dei venti e la loro direzione, e la temperatura dei conduttori. Dispositivi fotografici prendono, ogni 30 minuti, fotografie di un tratto campione di conduttore e di un isolatore, e sono usate anche per osservare lo stato generale del cielo.

PERDITE CORONA.

L'effetto dell'altitudine sulle perdite corona è generalmente valutato con le formule di Peek e di Peterson che introducono entrambi il fattore δ di densità dell'aria oppure il fattore di densità assoluta dell'aria tenendo anche conto dell'umidità relativa.

Secondo la formula di Peek la tensione critica di formazione corona sarebbe proporzionale alla prima potenza di tale fattore, mentre secondo Peterson sarebbe proporzionale alla potenza $2/3$ del fattore stesso.

Nelle ricerche eseguite sulla linea sperimentale di Leadville, ogni fase può essere messa in tensione da un trasformatore monofase, variando il valore della tensione da 100 a 300 kV, ciò che genera sui conduttori gradienti superficiali equivalenti al funzionamento trifase da 150 a 500 kV.

Prima della misura i conduttori sono stati simultaneamente in tensione per lunghi periodi allo scopo di accelerare l'« invecchiamento » cioè le variazioni delle perdite corona su lunghi periodi di tempo. Mentre in altre esperienze condotte a piccole altitudini si è prodotto un annerimento della superficie dei conduttori, con una diminuzione delle perdite corona, nel caso di Leadville i conduttori sono rimasti puliti e lucidi: probabilmente ciò è dovuto alla atmosfera asciutta e alla purezza dell'aria; questo risultato conferma quello ottenuto con conduttori a 115 kV installati alla medesima altitudine nel 1949 e che ancora oggi non presentano segni di annerimento.

Le esperienze eseguite a Leadville indicano che nelle formule per il calcolo delle perdite corona sopra citate, l'esponente da dare al coefficiente di densità dell'aria δ sta fra $1/3$ e $1/2$. Si consiglia, per una valutazione preventiva, il valore $1/2$ fino a che ulteriori esperienze non forniscano maggiori dati.

La formula per il calcolo della tensione critica di formazione corona sarebbe quindi

$$E = k \delta^{\frac{1}{2}}$$

essendo k un fattore di proporzionalità.

L'esponente più piccolo ottenuto a Leadville significa che si può tenere il diametro del conduttore più piccolo di quanto si prevedeva (figg. 3 e 4).

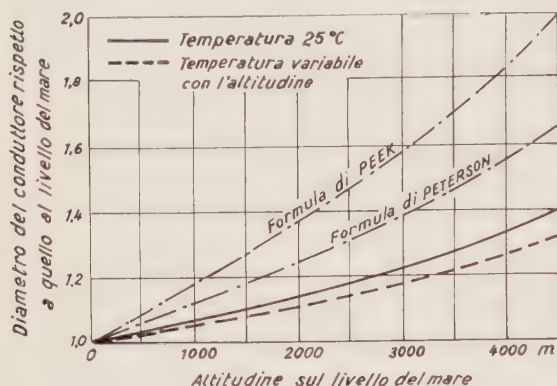


Fig. 3. — Curve sperimentali del diametro dei conduttori in funzione della altitudine per una perdita di 1,9 kW per km e per fase di una linea a 345 kV con conduttori disposti a triangolo equilatero con distanziamento di 8,5 m.

Nelle esperienze a Leadville l'effetto dell'umidità relativa dell'aria è risultato trascurabile, contrariamente a quanto ottenuto in altre ricerche.

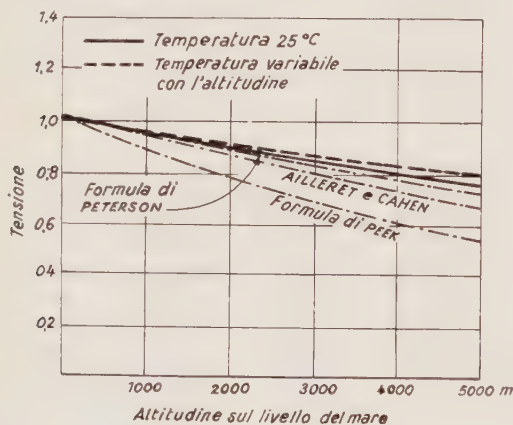


Fig. 4. — Confronto fra i valori sperimentali e calcolati delle tensioni di esercizio, in funzione dell'altitudine, per avere una perdita di 1,9 kW per km e per fase di una linea trifase progettata per avere questa perdita a 345 kV a livello del mare.

EFFETTI SULLE RADIOTRASMISSIONI.

I risultati ottenuti a questo riguardo sulla linea sperimentale di Leadville contrastano con quelli ricavabili dalle formule teoriche generalmente usate; anche il confronto con i risultati sperimentali ottenuti ad altitudini molto più basse riescono difficili.

L'influenza sulle radiotrasmissioni sembra essere funzione delle dimensioni delle particelle di impurità contenute nell'aria o del diametro delle singole sorgenti di fenomeno corona. Se le sorgenti importanti di effetto corona sono le superfici a piccolo raggio di curvatura presenti sul conduttore, le correzioni per l'altitudine basate soltanto sul rapporto delle densità dell'aria non possono dare risultati precisi.

Esperienze, condotte sia nel Laboratorio Alta Tensione della Westinghouse sia sulla linea di Leadville, usando

tubi lisci e fili sottili avvolti attorno a un tubo, e tubi con chiodi di alluminio, hanno messo in evidenza che la correzione da apportare, alla tensione di formazione corona, pur tenendo conto della altitudine, è più piccola per sorgenti di piccolo raggio che per quelle di raggio maggiore. Le tensioni critiche ottenute a Leadville sono risultate, rispetto a quelle ottenute nel Laboratorio, più alte di quanto indicasse la formula di Peek.

I risultati indicano che l'effetto dell'altitudine è circa proporzionale alla radice quadrata della densità relativa dell'aria. Per esempio, il conduttore da 41 mm, usato per le linee a 345 kV a livello del mare genera una tensione di disturbo di 15 μ V per metro a 60 m di distanza quando è elettrizzato a un gradiente equivalente a 300 kV fra filo e filo; secondo le esperienze anteriori la tensione avrebbe dovuto venire ridotta a circa 250÷260 kV per dare un livello così basso, oppure si sarebbe dovuto usare, per 300 kV, un conduttore di diametro maggiore.

I risultati ottenuti a Leadville non possono essere senz'altro generalizzati perchè bisogna tener conto dell'influenza dell'ambiente che può influire in varie maniere, tuttavia essi sono attendibili per condizioni simili a quelle di Leadville: grande altitudine e aria pura.

Come risulta da fig. 5 per un livello di radio-disturbo

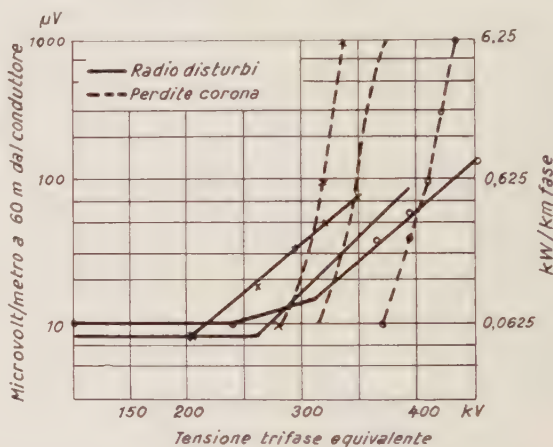


Fig. 5. — Andamento del valor medio delle perdite corona e del livello di radio-disturbi in funzione della tensione trifase equivalente (curve rilevate con un conduttore in tensione e gli altri due messi a terra).

di 30 μ V/m a 60 m dalla linea, le perdite per effetto corona sono inferiori a 250 W/km per fase. Ciò dimostra che il livello di radio-disturbi costituisce il fattore determinante nella scelta delle dimensioni dei conduttori, per le condizioni di Leadville.

APPLICAZIONE DEI RISULTATI.

Nella fig. 6 sono stati applicati i risultati dei rilievi sperimentali ottenuti a Leadville per tracciare le curve delle dimensioni dei conduttori in relazione alla tensione, per installazione al livello del mare e per le condizioni di Leadville. Le curve possono essere usate anche per altre altitudini e a tale scopo è stata inclusa la curva delle correzioni per l'altitudine.

Scelto il conduttore per la tensione voluta, al livello del mare, si moltiplichi la tensione per il fattore di correzione corrispondente alla altitudine considerata per ottenere la tensione alla quale il conduttore può essere esercito con risultati comparabili con quelli a livello del mare. Si può così costruire una curva delle dimensioni del conduttore in relazione alla tensione, per una data altitudine.

Nell'applicare le curve vennero tenuti presente alcuni elementi. Essi sono basati su risultati ottenuti con tempo mediamente buono e per disposizione orizzontale dei

conduttori, altezza di 12 m sul suolo e senza corda di terra. Per altre disposizioni occorreranno altre verifiche sperimentali.

Nella fig. 6 scegliendo le dimensioni dei conduttori attenendosi verso il bordo inferiore dei singoli fasci, si può

bordi inferiori dei fasci, cioè a diametri di conduttori piuttosto grandi, mentre in zone di aria pura si può attenersi ai bordi superiori.

Per località remote dove non preoccupino i disturbi alle radiotrasmissioni, diventa predominante la considerazione

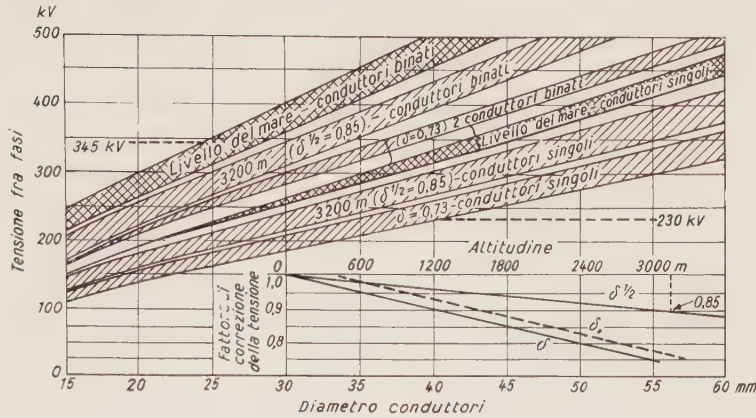


Fig. 6. — Fasci di curve per la scelta delle dimensioni dei conduttori in relazione ai radio-disturbi in funzione dell'altitudine e della tensione di esercizio (la curva tratteggiata δ_1 nel diagramma incluso è quella del fattore relativo di densità dell'aria.)

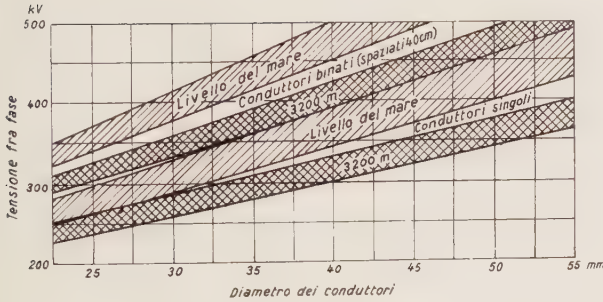


Fig. 7. — Fasci di curve per la scelta delle dimensioni dei conduttori in relazione alle perdite corona, per varie altitudini e tensioni di esercizio

ritenere di ottenere dati soddisfacenti; conduttori corrispondenti al bordo superiore dei fasci possono avere livelli di radio-disturbi più elevati.

Per zone con aria molto impura bisogna attenersi ai

ne delle perdite corona. Si può allora fare riferimento alla fig. 7. I fasci di curve di tale figura sono stati tracciati in base a esperienze preventive a livello del mare e ai risultati di Leadville e controllati con la legge di correzione per le densità determinata a Leadville.

PROGRAMMA FUTURO.

Le esperienze e i rilievi continuano sulla linea sperimentale di Leadville allo scopo di ottenere dati sempre più precisi e di studiare altri problemi.

In particolare sono previste prove di confronto sul comportamento di conduttori puliti, conduttori anneriti o conduttori previamente mantenuti in esercizio con atmosfera pura; saranno eseguiti rilievi sperimentali sia in Laboratorio sia a Leadville. Le prove avranno lo scopo di discernere fra l'influenza delle condizioni superficiali dei conduttori, dell'ambiente e dell'altitudine.

Sono previste prove di durata per riconoscere se si manifestino fenomeni di invecchiamento.

N.

NOTIZIE SOCIALI

ASSOCIAZIONE ELETTROTECNICA ITALIANA



NOTIZIE DELLE SEZIONI

SEZIONE DI TORINO

Il giorno 21 marzo 1961, alle ore 21, in seconda convocazione, si è tenuta l'Assemblea generale dei soci della Sezione di Torino.

Il Presidente ing. Merlini, dopo un saluto agli intervenuti, dichiara aperta l'Assemblea generale dei soci che è stata regolarmente convocata mediante invito trasmesso a tutti i Soci con il seguente

ORDINE DEL GIORNO

- 1 - Relazione sull'attività della Sezione.
- 2 - Conto consuntivo per l'esercizio 1960 e situazione patrimoniale.
- 3 - Conto preventivo per l'esercizio 1961.
- 4 - Rinnovo cariche sociali.
- 5 - Riunione Annuale AEI 1961 a Torino.
- 6 - Varie ed eventuali.

Prima di iniziare la trattazione dell'o.d.g. il Presidente invita i presenti a rivolgere un affettuoso pensiero verso i soci scomparsi durante l'anno testé decorso. Essi sono: dr. ing. Giovanni Bertoldo, cav. Pompeo Bordon, ing. Cristoforo Colombo, dr. ing. Paolo Cucchi e prof. dr. ing. Agostino Dalla Verde.

Il Presidente rileva che una commozione particolare viene certamente da tutti provata nel ricordo davvero incancellabile del prof. Dalla Verde che per aver rivestito la carica di Presidente Generale e aver pubblicato tanti scritti di primaria importanza nel campo dell'elettrotecnica ebbe speciali benemeritenze verso la nostra Associazione. Di Lui tutti ricordano l'affabilità del tratto, che dava una sensazione di cordialità e di fiducia pur nell'atmosfera di elevatezza che la sua parola immediatamente creava. A Lui ed agli altri consoci il Presidente prega dedicare un minuto di mesto raccoglimento.

Si passa allo svolgimento dell'o.d.g.:

1) Relazione sull'attività della Sezione.

Il numero dei soci della Sezione, che a fine febbraio 1960 era di 718 è disceso a 690 alla stessa epoca di quest'anno; nell'annata intercorsa infatti, di fronte a 29 nuovi soci si sono registrate 25 dimissioni, 5 decessi e 27 radiazioni. Il fenomeno non è peraltro preoccupante perché le perdite anziché a dimissioni, notevolmente inferiori a quelle dell'anno precedente, si debbono essenzialmente alle radiazioni, avendo quest'anno il Consiglio deciso un risanamento attraverso la espulsione di quei soci che erano tali solo sulla carta, essendo di abituale morosità.

È stato poi recentissimamente intrapresa, su iniziativa della Presidenza Generale, una vigorosa campagna di proselitismo, che ha portato in questo mese di marzo un notevole afflusso di nuovi soci, tale che oggi il numero di 700 è di nuovo largamente superato. Sono stati fra l'altro acquistati due importanti soci Collettivi nella Philips stabil. di Alpiignano e nella RIV.

Sempre confortante l'afflusso dei giovani: si è passati dai 39 juniores dello scorso anno a 62 di quest'anno.

Restando dunque tuttora salda la consistenza numerica dei soci, si ritiene che abbastanza vivace possa considerarsi l'attività sociale essendosi nell'anno 1960 tenute 13 conferenze e fatte 4 visite tecniche; l'elenco è il seguente:

27 gennaio - Prof. Francesco SCANDONE: « Sistema di teleguida per missili ».

3 febbraio - Dr. Vittorio CERRATO: « Petrolio grezzo: estrazione trasporto e raffinazione ».

12 febbraio - Dr. ing. Gianfranco FRANCO: « Descrizione e scopo del Centro di Ispra ».

20 febbraio - Prof. Ettore CALCAGNO: « La diga di Kariba ».

3 marzo - Dr. ing. Rigo RIGHI: « Logica e tecnica ».

15 marzo - Prof. Charles DALZIEL: « Effetti della scarica elettrica sul corpo umano ».

31 marzo - Dr. ing. Dino CASTELLI: « Riscaldamento urbano con produzione abbinata di energia ».

20 aprile - Dr. ing. Franc. LUCANTONIO: « Criteri per introduzione tecnica elettronica nei circuiti di commutazione telefonica ».

18 maggio - Dr. ing. Dino BATTAGLIA: « La tecnica più moderna per la costruzione di interruttori a media e grande potenza: l'uso del gas esafluoruro di solfo come mezzo estintore dell'arco ».

20 ottobre - Dr. ing. Raffaele MERLINI: « Il Moncenisio fulcro delle comunicazioni ferroviarie fra Italia e MEC ».

15 novembre - Dr. ing. Riccardo BIGNAMINI: « Apparecchiature elettroniche per il controllo del traffico aereo ».

9 dicembre - Dr. ing. Renato LAZZERINI: « Pericolosità e criteri di sicurezza delle centrali elettronucleari ».

15 dicembre - Dr. ing. Adriano BONADERO: « Moderni equipaggiamenti elettrici per impianti di sollevamento ».

Visite tecniche:

7 aprile - Visita al nuovo stab. Watt Radio di via Bistagno.

8 maggio - Visita al Centro di Studi Nucleari di Ispra.

19 giugno - Visita agli impianti SIP sulla Dora di Valgrisanche.

10 dicembre - Visita alle Officine di Caselle della Fiat Divisione Aviazione.

Il Presidente ringrazia vivamente tutti coloro che si sono interessati sia per la propaganda per l'acquisizione di nuovi soci, sia per la buona riuscita delle manifestazioni sociali; esorta tutti i soci a partecipare a queste ultime. Alcune manifestazioni hanno rivestito un interesse che può definirsi eccezionale; e sicuramente molti consoci avrebbero superato gli ostacoli che si sono opposti alla loro partecipazione se avessero avuto nozione della reale portata dell'argomento trattato.

In avvenire sarà dato perciò sotto il titolo della conferenza un brevissimo accenno sullo svolgimento del tema.

L'Assemblea prende atto delle comunicazioni ed approva con compiacimento l'operato della Presidenza per l'attività della Sezione.

2) Conto consuntivo per l'esercizio 1960 e situazione patrimoniale.

Il Presidente sottopone all'approvazione dell'Assemblea il conto consuntivo per l'esercizio 1960, nonché la situazione patrimoniale al 31-12-1960, già approvati dal Consiglio di Sezione del 3 marzo 1961.

Il conto consuntivo per l'anno 1960 chiude in lievissimo disavanzo (L. 10 813) e ciò è dovuto essenzialmente alla diminuzione del numero dei soci paganti, in concomitanza con qualche aumento delle spese di gestione.

Il Cassiere ing. Ainardi fornisce alcune precisazioni di dettaglio e mette in evidenza i dati principali dei due documenti che vengono distribuiti ai soci e che sono allegati al presente verbale.

Il Segretario dà quindi lettura della relazione dei Revisori dei Conti che così si esprime:

«Egredi, Consoci,

«abbiamo esaminato la contabilità e quindi il bilancio consuntivo della nostra Sezione per l'anno 1960.

«Abbiamo constatato la perfetta tenuta dei conti sociali, «la esatta corrispondenza delle registrazioni contabili alle «risultanze di bilancio e dei documenti giustificativi delle «entrate e delle uscite, per cui va fatto un vivo elogio al «nostro Cassiere ing. Ainardi.

«Il conto economico per il 1960 della nostra Sezione si «chiude con un disavanzo di L. 10 813. Tale disavanzo parzialmente deriva dal minor numero di soci paganti rispetto al 1959, e da un maggior addebito a carico della Sezione nel conto contributi all'Ufficio Centrale per soci morosi non radiati.

«L'ammontare degli introiti per i contributi dei soci nonostante il minor numero dei soci paganti, è salito da lire «3 888 044 nel 1959 a L. 4 126 082 nel 1960 con un incremento netto di L. 238 038 dovuto principalmente all'aumento delle quote sociali ed in piccola parte all'aumento dei soci juniores.

«Per contro nelle uscite si registra un aumento dei contributi all'Ufficio centrale saliti da L. 2 833 587 nel 1959 a L. 3 132 200 nel 1960 con un maggior onere di L. 298 613.

«Tra le spese di gestione passate da L. 1 299 011 nel 1959 a L. 1 235 299 nel 1960 è da notare un aumento per l'affitto e contenza, da L. 300 000 nel 1959 a L. 369 500 nel 1960 per congruaggio dei due anni precedenti e un aumento, per «conferenze e gite, da L. 174 535 nel 1959 a L. 238 262 nel «1960.

«Per quanto riguarda il conto patrimoniale, l'incremento «da L. 1 339 027 al 31-12-1959 a L. 1 466 835 al 31-12-1960 è «dovuto soprattutto alle quote anticipate dell'esercizio 1961, «nonché all'aumento del fondo indennità licenziamento per- «sonale.

«Egredi Consoci,

«Vi invitiamo ad approvare il conto consuntivo sociale «per il 1960 e con esso l'opera appassionata del Presidente «e del Consiglio tutto ».

Torino, 14 marzo 1961

Firmato:

Ing. Baldassarri - Ing. Paschetto - Ing. Zaccagnini

Al termine della presentazione dei documenti, il Presidente pone ai voti il conto consuntivo e l'Assemblea lo approva all'unanimità.

3) Conto preventivo per l'esercizio 1961.

Il Presidente ed il Cassiere illustrano il conto preventivo per il 1961, che viene distribuito ai Soci ed allegato al presente verbale; detto conto chiude in pareggio.

Come consuntivo si è indicato un numero di soci individuali fortemente prudenziale.

L'Assemblea approva all'unanimità.

4) Rinnovo cariche sociali.

Il Presidente informa che scadono quest'anno dalla carica, per compiuto triennio, i consiglieri delegati ing. Bonicelli e ing. Castelnuovo, che non sono rieleggibili. Il Consiglio di Sezione, per il rinnovo di queste due cariche, ha suggerito di rivolgere l'attenzione verso i rappresentanti di soci collettivi di elevata categoria, anche in considerazione dell'appoggio dato dai Soci stessi per le manifestazioni della Riunione 1961, e verso gli ex Presidenti per i quali lo Statuto prevede la possibilità della nomina a Consiglieri Delegati e che sono ovviamente altamente qualificati a rappresentare la Sezione in Consiglio Generale essendo ben a conoscenza dei problemi di essa.

Tenuto presente un giusto criterio di rotazione nella rappresentanza in Consiglio degli Enti e delle Società che collaborano allo sviluppo dell'attività della Sezione, il Consiglio propone di nominare Consiglieri Delegati, il dr. ing. Giulio Cini quale Direttore Generale della Soc. Westinghouse e il dr. ing. Ausonio Danieli, quale ex Presidente di Sezione di maggiore anzianità.

L'Assemblea unanime, approva per acclamazione la nomina degli ingg. Cini e Danieli a Consiglieri Delegati.

5) Riunione Annuale AEI 1961 a Torino.

Il Presidente ing. Merlini informa brevemente l'Assemblea dello sviluppo della organizzazione della Riunione Annuale AEI a Torino.

Il Consiglio di Sezione ha trattato varie volte dell'argomento ed ha anche nominato nel suo seno un apposito Comitato organizzatore che ha svolto notevole attività.

È stato pertanto messo a punto un circostanziato programma di manifestazioni che viene dettagliatamente esposto; detto programma ha già riscosso l'approvazione di massima della Presidenza Generale e presto sarà pubblicato sulla rivista dell'AEI.

Il Presidente si sofferma in particolare sugli impegni organizzativi e finanziari che sono stati assunti dalla Sezione per tale manifestazione, e mette in evidenza che alle spese si fa copertura con il fondo apposito alimentato in gran parte dai soci collettivi.

Esprime infine l'augurio che la partecipazione dei Soci torinesi sia quanto mai numerosa.

L'Assemblea preso atto delle comunicazioni, approva con compiacimento l'operato della Presidenza e del Consiglio esprimendo l'augurio del miglior successo per la Riunione.

Nessuno più prende la parola e la seduta è tolta alle ore 22.

Dopo la seduta vengono proiettati i seguenti **documentari** posti a disposizione rispettivamente dalla SIP, dalle F.S., dal C.F.B. e dalla P.C.E.:

— Diga di Beauregard.

— Uomo, macchine, uomo.

— Elettrodotti fra la Valle d'Aosta e Torino.

— Un pugno di fieno.

I documentari sono stati seguiti con il massimo interesse dai presenti che hanno vivamente applaudito l'insieme della programmazione ed in particolare ciascuno dei documentari.

CONTO CONSUNTIVO ANNO 1960

ENTRATE

Contributi Soci:

N. 458 individuali residenti . . . a L.	3 883	L. 1 778 414
» 116 indiv. non residenti . . . »	3 398	» 394 168
» 45 juniores . . . »	2 500	» 112 500
» 6 coll. 1 ^a cat. »	4 000	» 24 000
» 11 » 2 ^a » »	10 000	» 110 000
» 6 » 3 ^a » »	30 000	» 180 000
» 2 » 4 ^a » »	50 000	» 100 000
» 9 » 5 ^a » »	75 000	» 675 000
» 7 » 6 ^a » »	100 000	» 700 000
» 2 sostenitori individuali . . . »	2 000	» 4 000
» 6 sostenitori collettivi . . . »	8 000	» 48 000
		L. 4 126 082

Quote 1959:

N. 3 individuali a L.	3 009	» 9 027
Introiti vari:		
Interessi banche e c.c. postali L.	90 564	
Rivalsa I.G.E. »	124 282	
Sopravvenienze attive e varie »	6 731	
		» 221 577

		L. 4 356 686
		» 10 813

		L. 4 367 499
--	--	---------------------

Partite di giro.		
Pubblicazioni per conto Off. Centrale L.	19 200	
Quote anticipate anno 1961 »	139 556	
		» 158 756

		L. 4 526 255
--	--	---------------------

USCITE

Contributi all'Ufficio Centrale:

N. 458 individuali residenti . . . a L.	3 000	L. 1 374 000
» 116 individ. non residenti . . . »	3 000	» 348 000
» 45 juniores »	2 250	» 101 250
» 6 coll. 1 ^a cat. »	3 500	» 21 000
» 11 » 2 ^a » »	6 000	» 66 000
» 6 » 3 ^a » »	16 000	» 96 000
» 2 » 4 ^a » »	32 000	» 64 000
» 9 » 5 ^a » »	50 000	» 450 000
» 7 » 6 ^a » »	70 000	» 490 000
» 2 sostenitori individuali . . . »	1 600	» 3 200
» 6 sostenitori collettivi . . . »	6 400	» 38 400
Maggior addebito per soci morosi non radiati . . . »	80 350	

		L. 3 132 200
--	--	---------------------

SPESE

Affitto e spese couenza	L.	369 500	
Personale	"	260 520	
Aggiornamento fondo indennità personale	"	20 000	
Contributi personale	"	36 498	
Cancelleria, stampati e postali	"	41 397	
Conferenze e gite	"	238 262	
Biblioteca e periodici	"	67 118	
Varie	"	77 722	
Acquisto marche I.G.E.	"	124 282	
			1 235 299
	L.	4 367 499	

*

SEZIONE DI TRIESTE

Il 28 febbraio, alle ore 19, nella Sede Sociale di via dell'Annunziata 7, Trieste, ha avuto luogo, in seconda convocazione, l'**Assemblea Generale Ordinaria dei Soci**, convocati mediante avviso personale in data 11 febbraio c.a., con il seguente :

ORDINE DEL GIORNO

1. - Approvazione del Verbale della seduta precedente.
2. - Relazione del Presidente sull'attività della Sezione.
3. - Approvazione del Bilancio consuntivo e preventivo 1961.
4. - Elezione di un Consigliere.
5. - Varie ed eventuali.

Il Presidente dr. ing. Luigi Fragiaco, constatata la validità della convocazione, ringrazia i numerosi Soci intervenuti anche a nome del Consiglio Direttivo. Alcuni soci che per motivi professionali non hanno potuto intervenire all'Assemblea, hanno inviato la loro adesione.

Il Presidente rivolge un riverente pensiero ai Soci scomparsi, ing. Bernardo Bennari e sig. Umberto Navarra ed invita quindi l'Assemblea ad un minuto di raccoglimento.

1) Approvazione del verbale dell'Assemblea precedente.

Il 24 febbraio 1960 ebbe luogo l'ultima Assemblea Generale Ordinaria dei Soci.

Il verbale della Seduta è stato pubblicato sul n. 7 della nostra rivista « L'Elettrotecnica » in data 10 luglio 1960.

Il Presidente chiede all'Assemblea se ne deve dare lettura per l'approvazione, l'Assemblea, all'unanimità, decide per letto e approvato.

2) Relazione del Presidente sull'attività della Sezione.

Nell'anno 1960 l'attività della Sezione è stata soddisfacente, si sono tenute delle conferenze, riunioni mensili, gite tecnico-turistiche ed è stata effettuata una gita sociale.

Il programma svolto durante l'anno 1960 è illustrato come dal seguente prospetto :

20 febbraio 1960 : Partecipazione alla riunione dei Presidenti di Sezione a Milano.

17 marzo 1960 : Conferenza del prof. dr. ing. Carlo SEMENZA della SADE, sul tema : « La diga del Vajont e gli impianti della SADE ».

10 aprile 1960 : Riunione mensile. Tema : « Le disponibilità di energia nella città di Trieste ». - Relatore : dr. ing. Giovanni ZAMBLER.

11 aprile 1960 : Visita agli impianti della Stazione FF.SS di Trieste Centrale. - Relatore accompagnatore : dr. ing. Ferreol FIORUCCI.

14 maggio 1960 : Visita alla Stazione Elettrica di Redipuglia della SADE e agli impianti dell'Azienda Elettrica Municipalizzata di Gorizia. - Relatore accompagnatore per la SADE : dr. ing. Marino VALTORTA; per le Aziende Municipalizzate : dr. ing. Quirino RIGONAR.

Pranzo offerto dalla SELVEG e dalle Aziende Municipalizzate a Gorizia.

21-22 maggio 1960 : Visita dei soci della Sezione di Trento. Incontro della nostra Presidenza con i partecipanti alla gita. Visita ai cantieri di Monfalcone e alla Soc. Aquila.

3 giugno 1960 : Riunione mensile. - Relazione su gli impianti e sulle visite in programma per la gita sociale 1960.

16-17-18-19 giugno 1960 : Gita sociale. Visita alle città di : Chioggia - Ferrara - Ravenna - San Marino ed agli impianti : Montecatini, Ferrara - Centrale termoelettrica della SADE a Porto Corsini.

Nelle città di Ferrara e Ravenna i gitanti sono stati ospiti, rispettivamente, della Soc. Montecatini e della SADE.

2 luglio 1960 : Visita alla Fiera Campionaria Internazionale di Trieste. - Relatore accompagnatore : prof. Stelio DEVECOVI.

15 luglio 1960 : Riunione mensile. Fotografie della gita sociale. - Attività della Sezione. Alla riunione hanno partecipato anche i familiari dei soci.

13 settembre 1960 : Riunione mensile. Proposte per la prossima attività sociale.

CONTO PATRIMONIALE
al 31 dicembre 1960

ATTIVITÀ

Cassa	L.	30 000	
Conto Corrente n. 2139 Istituto Bancario S. Paolo	"	585 103	
Conto corrente Postale 2/9205	"	275 731	
Titoli di proprietà nominali 600 000 B.T. (di cui 200 000 lire a copertura fondo indennità personale)	"	576 000	
Mobilio, biblioteca, macchine	"	1	
	L.	1 466 835	

PASSIVITÀ

Fondo indennità licenziamento personale (10 annualità)	L.	200 000	
Fondo nuovi impianti e manifestazioni sociali al 31-12-1959	L.	1 138 092	
Disavanzo 1960	L.	10 813	
			1 127 279
Quote anticipate esercizio 1961	"	139 556	
	L.	1 466 835	

CONTO PREVENTIVO ANNO 1961

ENTRATE

Contributi Soci.

N. 445 individuali residenti . . a L.	3 883	L.	1 727 935
» 110 individuali non resid. . » »	3 398	"	373 780
» 40 juniores	2 500	"	100 000
» 4 coll. 1 ^a cat.	4 000	"	16 000
» 10 » 2 ^a »	10 000	"	100 000
» 6 » 3 ^a »	30 000	"	180 000
» 2 » 4 ^a »	50 000	"	100 000
» 9 » 5 ^a »	75 000	"	675 000
» 7 » 6 ^a »	100 000	"	700 000
» 2 sostenitori individuali . . » »	2 000	"	4 000
» 6 sostenitori collettivi . . » »	8 000	"	48 000
		L.	4 024 715

Introiti vari.

Interessi banche e c.c. postale	"	20 000	
Interessi su titoli	"	20 000	
			40 000
	L.	4 064 715	

USCITE

Contributi all'Ufficio Centrale.

N. 445 individuali residenti . . a L.	3 000	L.	1 335 000
» 110 individuali non resid. . » »	3 000	"	330 000
» 40 juniores	2 250	"	90 000
» 4 coll. 1 ^a cat.	3 500	"	14 000
» 10 » 2 ^a »	6 000	"	60 000
» 6 » 3 ^a »	16 000	"	96 000
» 2 » 4 ^a »	32 000	"	64 000
» 9 » 5 ^a »	50 000	"	450 000
» 7 » 6 ^a »	70 000	"	490 000
» 2 sostenitori individuali . . » »	1 600	"	3 200
» 6 sostenitori collettivi . . » »	6 400	"	38 400
Maggior addebito all'Uff. Centrale		"	60 000
			3 030 600

Spese ed oneri.

Affitto e spese couenza	L.	350 000	
Personale	"	262 000	
Conguaglio indennità personale	"	20 000	
Contributi personale	"	35 000	
Cancelleria, stampati e postali	"	40 000	
Conferenze e gite	"	200 000	
Biblioteca e periodici	"	70 000	
Varie	"	57 115	
			1 034 115
	L.	4 064 715	

12 ottobre 1960: *Riunione del Consiglio Direttivo di Sezione*. Ordine del giorno: Congresso di Ancona. - Relatore: dr. ing. Sebastiano TRANI. - Attività della Sezione. - Varie.

28 ottobre 1960: *Riunione mensile*. Tema: « *Problemi economici relativi al trasporto di energia* ». Relatore: dr. ing. Gastone FALOMO.

3 novembre 1960: *Gita sociale a Pordenone e Aviano*. Visita agli Stabilimenti « *Ceramica Galvani di Pordenone* ». Visita al Campo di aviazione di Aviano.

17 dicembre 1960: *Cena sociale di fine d'anno*.

25 gennaio 1961: *Riunione mensile a Gorizia*. Tema: « *Radioassistenza in volo e Radionavigazione* ». - Relatore: per. ind. Armando CAPPELLO.

Cena sociale a Gabbria di Vipacco.

Il Presidente porge un sentito ringraziamento a tutti i soci e particolarmente a coloro che con il loro fattivo appoggio hanno contribuito allo svolgersi delle varie attività. Conta su una ancora maggiore collaborazione di tutti i soci e specialmente sulla partecipazione dei giovani laureati entrati a far parte, recentemente, della nostra Associazione.

Per la Sede sociale non è stato ancora raggiunto un accordo, si spera in un prossimo futuro di risolvere anche questo problema.

3) Approvazione del Bilancio consuntivo 1960 e preventivo 1961.

Il bilancio consuntivo 1960 si è chiuso al 31 dicembre 1960 con un avanzo netto di L. 265 804 che viene passato all'Esercizio 1961.

Il bilancio preventivo per l'anno 1961 prevede una entrata globale di L. 1 001 304 ed una uscita di L. 780 500 con un saldo al 31 dicembre 1961 di L. 220 804.

I bilanci sono stati esaminati dai Revisori dei conti: sigg. dr. ing. Cesare d'Henry e per. ind. Armando Cappello, che hanno riscontrato la loro regolarità. I dettagli risultano dai libri contabili che ogni socio può consultare.

Il Presidente ringrazia vivamente il Cassiere ed i sigg. Revisori dei conti e mette in discussione questo punto dell'Ordine del giorno.

Nessuno chiede la parola e si passa quindi all'approvazione dei bilanci che viene fatta all'unanimità.

Situazione dei soci.

Nell'anno 1960 si è verificato un certo movimento dei soci. In definitiva la forza numerica è diminuita di una sola unità, come risulta dalla seguente tabella:

Categoria	Forza al 1-1-60	Nuovi soci	Deceduti, radiati trasf. ecc.	Totale al 1-1-61
Individuali . . .	160	10	12	158
Juniores	3	1	—	4
Emeriti	1	—	—	1
Collettivi 1 ^a cat.	3	—	—	3
» 2 ^a »	3	—	—	3
» 3 ^a »	3	—	—	3
» 4 ^a »	1	—	—	1
Totali . . .	174	+ 11	— 12	173

4) Elezione di un Consigliere.

In sostituzione del Consigliere prof. dr. ing. Ferdinando Vacchi, trasferitosi all'estero per ragioni professionali, su proposta del Consiglio Direttivo, l'Assemblea elegge all'unanimità il dr. ing. Gastone Falomo.

5) Varie ed eventuali.

Nelle varie il Presidente ricorda che anche quest'anno il Premio AEI, intitolato alla memoria dell'ing. Pedrotti e prof. De Fassi, è stato assegnato ai due migliori diplomati del locale Istituto Tecnico Industriale « *A. Volta* » e precisamente:

Medaglia d'oro al per. ind. radiotecnico Fabio Tosato.

Medaglia d'argento al per. ind. radiotecnico Sergio Viatori.

La consegna dei premi è stata fatta alla presenza del Pre-

sidente e del Corpo insegnante, dal Vice Presidente della Sezione dr. ing. Sergio Nordio.

Il Presidente comunica che nella seduta del Consiglio Direttivo è stato deciso che l'importo della quota sociale per l'anno 1960 versata dal nostro Socio Emerito dr. ing. Carlo Manni, sia versato sul Conto sociale a favore delle attività della Sezione. Ringrazia l'ing. Manni che ha dimostrato, come sempre, l'attiva ed affezionata partecipazione alla vita della Sezione.

Il Fondo creato dalla Sezione, per una Borsa di studio alla memoria del compianto ing. Germanis, si trova ancora a disposizione non essendo ancora risolta la pratica da parte degli ex colleghi di studio, partecipanti al Fondo stesso.

La Segreteria della Sezione ha più volte sollecitato il Comitato promotore, ricevendo assicurazione, da parte del medesimo, di una prossima soluzione della pratica.

Viene quindi passata in rassegna la prossima attività della Sezione. Su proposta del Presidente l'assemblea si esprime auspicando una fattiva attività nel campo culturale, come per il passato, e propone degli itinerari per la Gita sociale.

Il Presidente assicura che le varie proposte saranno esaminate da parte del Consiglio Direttivo.

Esaurito anche questo punto dell'Ordine del giorno si passa all'approvazione che viene fatta all'unanimità.

Il Presidente ringrazia i convenuti ed esprime un vivo ringraziamento ai soci per la fiducia accordata all'attuale Presidenza.

Chiude l'Assemblea auspicando alle sempre maggiori fortune della nostra Associazione.

BILANCIO CONSUNTIVO anno 1960

ATTIVO

Canoni sociali:			
N. 161 individuali	a L. 3 750	L. 603 750	
» 4 juniores	» 2 500	» 10 000	
» 3 coll. 1 ^a cat.	» 4 250	» 12 750	
» 3 » 2 ^a »	» 8 000	» 24 000	
» 3 » 3 ^a »	» 20 000	» 60 000	
» 1 » 4 ^a »	» 40 000	» 40 000	
Totale		L. 750 500	
Avanzo netto esercizio 1959		» 302 352	
Proventi vari		» 6 255	
interessi c.c. Postale 11/2291, 1960		» 10 261	
Totale Entrate		L. 1 073 718	

PASSIVO

Contributi all'Ufficio Centrale:			
N. 163 individuali	a L. 3 000	L. 489 000	
» 4 juniores	» 2 250	» 9 000	
» 3 coll. 1 ^a cat.	» 3 500	» 10 500	
» 3 » 2 ^a »	» 6 000	» 18 000	
» 3 » 3 ^a »	» 16 000	» 48 000	
» 1 » 4 ^a »	» 32 000	» 32 000	
		L. 606 500	
N. 1 abbonamento rivista « <i>Alta Frequenza</i> »		» 2 400	
Totale versato all'Ufficio Centrale		L. 608 900	
<i>Spese esercizio.</i>			
Personale		L. 12 500	
Stampa, Cancelleria		» 74 664	
Posta		» 39 830	
Gite		» 22 820	
Varie		» 49 200	
		L. 199 014	
Totale Uscite		L. 807 914	
Avanzo netto Esercizio 1960		» 265 804	
A pareggio		L. 1 073 718	

BILANCIO PREVENTIVO (anno 1961)

ATTIVO

Contributi sociali:			
N. 157 individuali	a L. 3 750	L. 588 750	
» 4 juniores	» 2 500	» 10 000	
» 3 coll. 1 ^a cat.	» 4 250	» 12 750	
» 3 » 2 ^a »	» 8 000	» 24 000	
» 3 » 3 ^a »	» 20 000	» 60 000	
» 1 » 4 ^a »	» 40 000	» 40 000	
Totale Canoni Sociali		L. 735 500	
Avanzo netto Esercizio 1960		» 265 804	
Totale Entrate		L. 1 001 304	

PASSIVO

Contributi sociali Ufficio Centrale:

N. 158 individuali	a L.	3 000	»	474 000
» 4 juniores	»	2 250	»	9 000
» 3 coll. 1 ^a cat.	»	3 500	»	10 500
» 3 » 2 ^a »	»	6 000	»	18 000
» 3 » 3 ^a »	»	16 000	»	48 000
» 1 » 4 ^a »	»	32 000	»	32 000

Totale contributi L. 591 500

Spese di Esercizio.

Personale	L.	14 000
Stampa, Cancelleria	»	70 000
Posta	»	40 000
Gite	»	25 000
Varie	»	40 000
	L.	189 000

Totale Uscite L. 780 500
Avanzo netto Esercizio 1961 » 220 804

A pareggio L. 1 001 304

COMITATO ELETTROTECNICO ITALIANO

C. E. I.

Nota illustrativa al progetto di Norme per i cavi per radiofrequenze

Le presenti Norme rappresentano un primo tentativo di normalizzazione, sia dal punto di vista dimensionale sia da quello delle principali caratteristiche elettriche e tecnologiche, dei cavi utilizzati nelle apparecchiature a radiofrequenza e nelle connessioni tra diverse apparecchiature di tale tipo. Esse vanno consultate in unione a particolari tabelle di unificazione, nelle quali sono specificate dettagliatamente le caratteristiche elettriche, costruttive dei singoli tipi di cavi. Tali tabelle sono state pubblicate dall'UNEL, con numeri di riferimento da Pr. 1041 a Pr. 1051.

Mentre le Norme hanno un carattere generale e sono quindi in linea di principio valide per tutti i possibili tipi di cavi a radiofrequenza, le tabelle di unificazione sino ad ora approntate riguardano esclusivamente i tipi di cavi coassiali con isolamento in polietilene compatto di più largo impiego.

Come base per la compilazione è stato assunto il progetto di Norme internazionali ancora in fase di perfezionamento presso l'IEC. Dette Norme internazionali si sono a loro volta ispirate essenzialmente alle seguenti Norme nazionali:

- MIL-C-17B (1957) Stati Uniti d'America.
- DEF-14-A (1956) e DL-13 (1957) Gran Bretagna.
- CCTU-55 (1951) Francia.

La Commissione compilatrice si è trovata davanti alla questione se fosse più conveniente emanare senza ulteriori indugi un testo di Norme ancora incompleto, qual'è quello attuale perchè mancante di alcune prescrizioni (quali la regolarità d'impedenza, l'efficienza di schermo e lo sbilancio di trasmissione), oppure attendere il completamento, che non si ritiene prossimo, degli studi attualmente in corso, sia in sede internazionale che in sede nazionale, su tali argomenti. È prevalsa la prima soluzione, anche perchè le prescrizioni mancanti interessano soltanto cavi di tipo speciale, non presi in considerazione nelle tabelle di unificazione sinora approntate.

La Commissione che ha approntato il seguente progetto è composta come segue: *Presidente*: D. Gagliardi - *Segretario*: A. Morello - *Membri*: G. Gregoretti, R. Monelli, G. Terzani e G. Corazza.

Il Presidente
del Sottocomitato 40
H. MAYR

*

ISTITUTO ITALIANO DEL MARCHIO DI QUALITÀ

Relazione sull'attività per l'anno 1960

ATTIVITÀ DELL'ISTITUTO.

L'attività svolta dall'Istituto nel 1960, si può riassumere come segue:

SETTORE CAVI.

Nessun altro tipo di cavo è stato ammesso al regime del Marchio; i tipi ammessi sono perciò sempre 47 e precisamente:

Cavi isolati con gomma.

(Il numero corrisponde alla tabella).

- UNEL 35311 - Cordoncino flessibile a spirale visibile (grado di isolamento 1,5).
- UNEL 35312 - Cordoncino flessibile piatto o rotondo (grado di isolamento 1,5).
- UNEL 35313 - Cordoncino flessibile sotto treccia rotondo con anime trecciate (grado di isolamento 1,5).
- UNEL 35314 - Cavetto flessibile bipolare divisibile piatto in sola gomma (grado di isolamento 1,5).
- UNEL 35315 - Cavetto semirigido piatto sotto treccia tessile verniciata a olio o biacca (grado di isolamento 2).
- UNEL 35316 - Cavetto semirigido piatto sotto treccia tessile verniciata a olio o biacca (grado di isolamento 3).
- UNEL 35317 - Cavo unipolare rigido sotto treccia tessile impregnata (grado di isolamento 2).
- UNEL 35318 - Cavo unipolare rigido sotto treccia tessile impregnata (grado di isolamento 3).
- UNEL 35319 - Cavo unipolare rigido sotto treccia tessile impregnata (grado di isolamento 4).
- UNEL 35320 - Cavo sotto piombo nudo (grado di isolamento 2).
- UNEL 35321 - Cavo sotto piombo nudo (grado di isolamento 3).
- UNEL 35322 - Cavo sotto piombo armato con treccia di acciaio (grado di isolamento 3).
- UNEL 35323 - Cavo sotto guaina di gomma e piombo nudo (grado di isolamento 3).
- UNEL 35324 - Cavo sotto guaina di gomma e piombo nudo con conduttore di terra (grado di isolamento 3).
- UNEL 35325 - Cavo sotto guaina di gomma e piombo armato con treccia di acciaio (grado di isolamento 3).
- UNEL 35326 - Cavo sotto guaina di gomma e piombo armato con treccia di acciaio e conduttore di terra (grado di isolamento 3).
- UNEL 35327 - Cavo flessibile sotto guaina di gomma (grado di isolamento 3).
- UNEL 35328 - Cavetto flessibile sotto guaina e riempitivi di gomma (grado di isolamento 1,5).
- UNEL 35329 - Cavetto flessibile sotto guaina di gomma con riempitivi tessili (grado di isolamento 1,5).
- UNEL 35330 - Cavo unipolare flessibile sotto treccia tessile (grado di isolamento 1,5).
- UNEL 35331 - Cavo unipolare flessibile sotto treccia tessile (grado di isolamento 2).
- UNEL 35332 - Cavo unipolare flessibile sotto treccia tessile (grado di isolamento 3).
- UNEL 35333 - Cavo unipolare flessibile sotto treccia tessile (grado di isolamento 4).
- UNEL 35334 - Cavo unipolare flessibile sotto treccia tessile (grado di isolamento 7).
- UNEL 35335 - Cavo unipolare flessibile sotto treccia tessile (grado di isolamento 12).
- UNEL 35336 - Cavo unipolare flessibile sotto treccia tessile (grado di isolamento 18).
- UNEL 35337 - Cavo unipolare flessibilissimo sotto treccia tessile (grado di isolamento 1,5).
- UNEL 35338 - Cavo unipolare flessibilissimo sotto treccia tessile (grado di isolamento 2).
- UNEL 35339 - Cavo unipolare flessibilissimo sotto treccia tessile (grado di isolamento 3).

- UNEL 35340 - Cavo rigido sotto guaina di policloroprene (grado di isolamento 3).
 UNEL 35341 - Cavo rigido sotto guaina di policloroprene armato con treccia di acciaio (grado di isolamento 3).
 UNEL 35342 - Cavo rigido sotto guaina piatta di policloroprene (grado di isolamento 3).

Cavi isolati con materiale termoplastico.

- UNEL 35711 - Cordoncino flessibile a spirale visibile (grado di isolamento 1,5).
 UNEL 35712 - Cavo flessibile bipolare piatto divisibile (grado di isolamento 1,5).
 UNEL 35713 - Cavo semirigido piatto sotto guaina (grado di isolamento 2).
 UNEL 35714 - Cavo semirigido piatto sotto guaina (grado di isolamento 3).
 UNEL 35715 - Cavo semirigido piatto divisibile per posa fissa (grado di isolamento 3).
 UNEL 35716 - Cavo semirigido piatto divisibile (grado di isolamento 4).
 UNEL 35717 - Cavo rigido unipolare senza rivestimento protettivo (grado di isolamento 2).
 UNEL 35718 - Cavo rigido unipolare senza rivestimento protettivo (grado di isolamento 3).
 UNEL 35719 - Cavo rigido unipolare senza rivestimento protettivo (grado di isolamento 4).
 UNEL 35720 - Cavo rigido sotto guaina rotonda (grado di isolamento 3).
 UNEL 35721 - Cavo rigido sotto guaina rotonda armato con treccia di acciaio (grado di isolamento 3).
 UNEL 35722 - Cavo rigido sotto guaina piatta (grado di isolamento 3).
 UNEL 35723 - Cavo rigido piatto divisibile per posa fissa (grado di isolamento 3).
 UNEL 35724 - Cavo flessibile sotto guaina rotonda (grado di isolamento 1,5).
 UNEL 35725 - Cavo flessibile sotto guaina rotonda (grado di isolamento 3).

Nel 1960 sono stati stipulati 15 nuovi contratti, mentre 4 sono stati denunciati. Il numero complessivo dei contratti è così salito a 201.

Al 31 dicembre 1960 erano ancora all'esame 16 domande di ammissione.

Una nuova Ditta è stata ammessa; il numero delle Ditte Concessionarie è salito così a 20.

Durante il 1960 l'Istituto ha consegnato 4 652,295 kg di filo distintivo e 2 234 170 etichette; a tale quantità di filo corrisponde una produzione di circa 230 000 km di cavi suddivisa in oltre 2 200 000 pezzature. Rispetto all'anno precedente si è avuto un aumento di produzione marchiata di circa il 3 %.

Come negli anni precedenti pure nel 1960 si è proceduto al controllo dei cavi su basi statistiche con il prelievo e la verifica di 2 374 campioni.

SETTORE MATERIALE D'INSTALLAZIONE.

Prese a spina.

Con decisione del Consiglio Direttivo in data 25 febbraio 1959 sono state ammesse al Marchio le prese a spina 15 A - 380 V.

Le prese e le spine che possono venir marchiate sono perciò le seguenti:

- UNEL 47111 - Spina bipolare reversibile senza contatto di terra per corrente alternata 10 A - 250 V.
 UNEL 47112 - Presa bipolare reversibile senza contatto di terra per corrente alternata 10 A - 250 V esecuzione sporgente.
 UNEL 47113 - Presa bipolare reversibile senza contatto di terra per corrente alternata 10 A - 250 V esecuzione per incasso.
 UNEL 47114 - Presa bipolare reversibile senza contatto di terra per corrente alternata 10 A - 250 V esecuzione mobile (volante).
 UNEL 47115 - Spina bipolare reversibile con contatto di terra per corrente alternata 10 A - 250 V.
 UNEL 47116 - Presa bipolare reversibile con contatto di terra per corrente alternata 10 A - 250 V esecuzione sporgente.
 UNEL 47117 - Presa bipolare reversibile con contatto di terra per corrente alternata 10 A - 250 V esecuzione per incasso.

UNEL 47118 - Presa bipolare reversibile con contatto di terra per corrente alternata 10 A - 250 V esecuzione mobile (volante).

UNEL 47119 - Spina bipolare reversibile con spinotti tondi e con contatto di terra per corrente alternata 10 A - 250 V.

UNEL 47120 - Presa bipolare reversibile con contatto di terra adatta a spinotti tondi per corrente alternata 10 A - 250 V esecuzione sporgente.

UNEL 47121 - Presa bipolare reversibile con contatto di terra adatta a spinotti tondi per corrente alternata 10 A - 250 V esecuzione per incasso.

UNEL 47122 - Presa bipolare reversibile con contatto di terra adatta a spinotti tondi per corrente alternata 10 A - 250 V esecuzione mobile (volante).

UNEL 47123 - Spina bipolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo comune.

UNEL 47124 - Spina tripolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo comune.

UNEL 47125 - Presa bipolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo comune esecuzione sporgente.

UNEL 47126 - Presa tripolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo comune esecuzione sporgente.

UNEL 47127 - Spina bipolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo protetto.

UNEL 47128 - Spina tripolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo protetto.

UNEL 47129 - Presa bipolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo protetto esecuzione sporgente.

UNEL 47130 - Presa tripolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo protetto esecuzione sporgente.

UNEL 47131 - Presa bipolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo comune esecuzione per incasso.

UNEL 47132 - Presa tripolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo comune esecuzione per incasso.

UNEL 47133 - Presa bipolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo protetto esecuzione mobile (volante).

UNEL 47134 - Presa tripolare irreversibile con contatto di terra 15 A - 380 V corrente alternata tipo protetto esecuzione mobile (volante).

Le Ditte che hanno la concessione per prese a spina sono salite a tre.

Tre altri fabbricanti hanno presentato le relative domande che sono in corso di esame.

Tubi protettivi.

Non è stato possibile iniziare la marchiatura dei tubi protettivi essendosi ravvisata l'opportunità, onde evitare differenze, di ammettere contemporaneamente al Marchio tutti e tre i tipi di tubi protettivi generalmente usati negli impianti interni e precisamente quelli di acciaio smaltato, di carta impregnata con guaina metallica e in materiale termoplastico.

Mentre per i primi due tipi sono state pubblicate sia le Norme CEI che le corrispondenti Tabelle di unificazione, per quelli in materiale termoplastico mancano ancora le Tabelle UNEL che si ritengono indispensabili per la loro ammissione al Marchio.

Piccoli interruttori automatici.

Per questi apparecchi si attende la pubblicazione definitiva delle nuove Norme del CEI; nel frattempo però sono state portate a termine le trattative coi Laboratori esterni ai quali dovranno essere affidate le prove di ammissione e di controllo della produzione marchiata.

Trattative alquanto laboriose perchè in effetti le prove previste dalle Norme sono molto onerose specialmente in rapporto al costo unitario di ogni singolo apparecchio ed al valore complessivo della produzione che potrà essere ammessa al Marchio. Le difficoltà sono state perciò notevoli per contenere il compenso per le prove da eseguirsi entro limiti che non importassero per i fabbricanti un onere talmente elevato da rendere praticamente impossibile l'adesione al Marchio.

La comprensione dimostrata a tale riguardo dai Laboratori esterni fa prevedere però che questo ostacolo potrà essere superato in modo che all'uscita delle Norme si potrà iniziare con la marchiatura dei piccoli interruttori automatici.

SETTORE APPARECCHI UTILIZZATORI.

Apparecchi elettrodomestici.

I tipi di apparecchi ammessi al regime del Marchio, sono i seguenti:

Apparecchi termici:

- a) Apparecchi di riscaldamento ad accumulazione termica.
- b) Bollitori ed apparecchi analoghi (bollitori sino a 5 l, teiere, caffettiere, friggitrice, scaldacqua sterilizzatori ecc.).
- c) Ferri da stiro (normali, automatici con termostato a vapore e stiratrici).
- d) Piastre di cottura, fornelli, cucine, forni, rosticcere.
- e) Scaldacqua elettrici ad accumulazione di capacità nominale non superiore a 300 litri.
- f) Scaldacqua ad immersione portatili.
- g) Scaldacqua instantanei.
- h) Stufe (con elementi incandescenti oppure no) ed apparecchi simili (tostapane, graticole, asciugabiancheria).

Apparecchi a motore:

- a) Frigoriferi a compressore per uso domestico e simili di capacità non superiore a 400 litri.
- b) Ventilatori ed aspiratori di potenza nominale non superiore a 200 W.
- c) Macchine per cucire.

Durante il 1960 altre 8 Ditte hanno aderito al Marchio di Qualità mentre una vi ha rinunciato.

Il numero complessivo dei Concessionari è così salito da 15 a 22 ed i relativi Contratti di concessione sono aumentati nel corso dell'anno da 44 a 89, con un aumento da 24 a 40 per gli apparecchi termici e da 20 a 49 per i frigoriferi a compressore.

Non è possibile avere un'idea del numero complessivo degli apparecchi elettrodomestici venduti con Marchio di Qualità per il fatto che sia per i frigoriferi sia per gli scaldacqua ad accumulo è stata applicata una tariffa a forfait.

Per quanto riguarda gli altri apparecchi elettrodomestici a motore è stata portata a termine una prima bozza di Norme per gli aspirapolvere, le lucidatrici ed i lavabiancheria e si ritiene che queste bozze potranno trasformarsi in testo definitivo entro il 1961; in tal caso entro il prossimo anno potranno venir ammesse al Marchio queste categorie di apparecchi specialmente importanti per la loro sempre maggior diffusione.

Utensili portatili a motore.

Nonostante i frequenti contatti avuti con il Ministero del Lavoro e della Previdenza Sociale non è stato ancora possibile derimere le diversità esistenti tra il progetto di Norme CEI, che essenzialmente deriva da quello della CEE, e le disposizioni del DPR 547; si confida che ciò possa avvenire quando si avrà la pubblicazione definitiva del testo CEE.

La mancata pubblicazione delle Norme ha naturalmente impedito all'Istituto di estendere la sua attività a questo settore.

COLLABORAZIONE CON ALTRI ENTI.

Pure nel 1960 l'Istituto ha partecipato ai lavori riguardanti il problema generale della sicurezza delle applicazioni elettriche trattati dalla Commissione Consultiva Permanente presso il Ministero del Lavoro e della Previdenza Sociale e dal Gruppo di Lavoro « Eletticità » presso l'Alta Autorità del carbone e dell'acciaio del Lussemburgo.

Per quanto riguarda invece l'attività normativa nel settore elettrico in campo internazionale l'Istituto ha collaborato ai lavori della CEE (Commission Internationale de Réglemen-

tation en vue de l'Approbation de l'Equipement Electrique), del Comitato Tecnico ISO/TC 86 « Freddo » ed a quelli dei Comitati Tecnici del CECOMAF (Comitato Europeo dei Costruttori di Materiale Frigorifero) e del CECED (Conseil Européen de la Construction Electro-Domestique).

In campo nazionale ha dato pure la sua collaborazione ai lavori sia del CEI sia dell'UNEL e della Commissione mista UNI-UNEL per il freddo.

Nel corso dell'anno ha iniziato la sua attività l'Istituto dell'Albo delle Ditte Installatrici Qualificate per Milano e Provincia, Istituto che almeno per il momento viene ospitato dall'Istituto del Marchio, il quale ha messo a disposizione la sede e tutto il lavoro di Segreteria.

PROPAGANDA.

Oltre alla usuale partecipazione alla Mostra degli Elettrodomestici sono stati pubblicati diversi articoli di divulgazione su riviste e giornali tecnici e si è dato inizio alla pubblicazione di un elenco dei materiali ed apparecchi ammessi al Marchio, pubblicazione che, per il momento, è prevista come edizione semestrale con un aggiornamento ogni 3 mesi.

NECROLOGIO

Il giorno 30-11-1960 è mancato ai vivi il Socio

dott. ing. GUIDO BEZZI

figura ben nota nel campo della tecnica.

Svolse la Sua attività dapprima presso le officine Galileo di Firenze. Nel 1930 passò alla Siemens-Olap, dove fu addetto alla costruzione e collaudo delle apparecchiature in uso presso la Marina e di apparecchiature telefoniche; alla fine del 1935 venne nominato Capo dell'Ufficio Tecnico.

Lasciò la Siemens-Olap nel 1937 per entrare nella Microtecnica di Torino, chiamato ad assumere la direzione della Sezione Studi e Progettazione, di nuova costituzione.

Fu compito Suo preparare sul piano industriale la produzione della bussola giroscopica navale e, successivamente, studiò numerose applicazioni civili e militari della tecnica dei giroscopi.

Oltreché degli strumenti di navigazione marittima si interessò allo studio degli scandagli ultra-sonori, e dei dispositivi ottico-meccanici di proiezione e di misura.

Nel dopo guerra diede un validissimo apporto alle delicate operazioni di conversione della produzione e ridimensionamento della Microtecnica, tanto più prezioso in quanto dato nelle difficili condizioni industriali di quel periodo.

Nel 1951 l'ing. Bezzi assunse la direzione dell'USEA S.r.l. e vi restò fino al 1960.

In tale periodo egli ebbe a coordinare ed a dedicarsi direttamente a studi di grande interesse nel campo delle applicazioni militari dell'acustica.

In tutti recò il decisivo contributo del Suo talento e della Sua lunga e multiforme esperienza professionale.

Fu un ingegnere nel senso più elevato della parola perché seppe esprimere il Suo elevato valore tecnico con concezioni di rara chiarezza e originalità, non disgiunti da una non comune capacità di realizzazione e grande versatilità.

Quanti lo conobbero, ebbero modo di apprezzare in Lui una luminosa figura di Dirigente di Azienda: seppe infatti attirare su di sé la simpatia e la stima affettuosa dei Suoi collaboratori per il senso umano cui improntava il proprio intelligente lavoro.

Lascia di sé vivo rimpianto al quale si unisce l'AEI che lo ebbe socio dal 1929.